



[This question paper contains 04 printed pages]

[इस प्रश्न पत्र में 04 मुद्रित पृष्ठ हैं]

Himachal Pradesh Administrative Service Combined Competitive (Main /
Written) Examination, 2020

हिमाचल प्रदेश प्रशासनिक सेवा संयुक्त प्रतियोगी (मुख्य / लिखित) परीक्षा, 2020

STATISTICS (PAPER-II)

सांख्यिकी (पेपर-II)

Time allowed: 3 Hours

समय: 3 घंटे

Maximum Marks: 100

अधिकतम अंक: 100

QUESTION PAPER SPECIFIC INSTRUCTIONS

प्रश्न पत्र सम्बन्धी विशेष अनुदेश

(Please read each of the following instructions carefully before attempting questions)

उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित निर्देशों को कृपया सावधानीपूर्वक पढ़ें

1. There are EIGHT questions printed both in English & Hindi.
इसमें आठ प्रश्न हैं जो अंग्रेजी और हिंदी दोनों में छपे हैं।
 2. Candidate has to attempt FIVE questions in all in English or Hindi.
उम्मीदवार को कुल पांच प्रश्नों के उत्तर अंग्रेजी या हिंदी में देने हैं।
 3. Question No.1 is compulsory. Out of the remaining SEVEN questions, FOUR are to be attempted.
प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है। शेष सात प्रश्नों में से चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये।
 4. All questions carry equal marks. The number of marks carried by a question / part is indicated against it.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं। प्रत्येक प्रश्न / भाग के नियत अंक उसके सामने दिए गए हैं।
 5. Write answer in legible handwriting. Each part of the question must be answered in sequence and in the same continuation.
सुपाठ्य लिखावट में उत्तर लिखें। प्रश्न के प्रत्येक भाग का उत्तर उसी क्रम में दिया जाना चाहिए।
 6. Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.
यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आंकड़ों का चयन करें तथा उनको निर्दिष्ट करें।
 7. Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in answer book must be clearly struck off.
प्रश्नों के प्रयासों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। आंशिक रूप से दिए गए प्रश्नों के उत्तर को भी मान्यता दी जाएगी यदि उसे काटा नहीं गया हो। छोड़े गए कोई पृष्ठ अथवा पृष्ठ के भाग को पूर्णतः काट दीजिये।
 8. Re-evaluation / Re-checking of answer book of the candidate is not allowed.
उम्मीदवार की उत्तरपुस्तिका का पुनर्मूल्यांकन / पुनः जाँच नहीं की जाएगी।
-

1. (a) Explain Likelihood Ratio Test and mention its properties. (6)

संभावना अनुपात परीक्षण की व्याख्या करें और इसके गुणों का उल्लेख करें।

- (b) A population consists of 4 values, 2, 4, 7 and 11. Draw all possible random samples of size two with replacement method. Show that the sample mean is an unbiased estimator of the population mean. (8)

एक समष्टि 4 मानों 2, 4, 7 और 11 से बनती है। प्रतिस्थापन विधि के साथ दो आकार के सभी संभावित यादृच्छिक नमूने बनाएं। दिखाएँ कि प्रतिदर्श माध्य समष्टि माध्य का एक निष्पक्ष आकलक है।

- (c) What are basic principles of experimental design? Explain each principle with the help of examples. (6)

प्रयोगात्मक डिजाइन के मूल सिद्धांत क्या हैं? उदाहरणों की सहायता से प्रत्येक सिद्धांत की व्याख्या कीजिए।

2. (a) Explain the concept of terms null hypothesis, Critical region, size of critical region and power of test? Let \bar{x} is sample mean of random samples of size n drawn from $N(\mu, 9)$. For what value of k , $\bar{x} > k$ is critical region of size $\alpha=0.05$ to test hypothesis $H_0: \mu=\mu_0$ against $H_1: \mu=\mu_1$, where $\mu_1 > \mu_0$? (10)

शून्य परिकल्पना, क्रांतिक क्षेत्र, क्रांतिक क्षेत्र का आकार और परीक्षण की शक्ति पदों के अवधारणा की व्याख्या करें? मान लीजिए कि \bar{x} , $N(\mu, 9)$ से लिए गए n आकार के यादृच्छिक प्रतिदर्श का प्रतिदर्श माध्य है। परिकल्पना $H_0: \mu=\mu_0$ के विरुद्ध $H_1: \mu=\mu_1$ का परीक्षण करने के लिए k के किस मान के लिए $\bar{x} > k$, $\alpha=0.05$ आकार का क्रांतिक क्षेत्र होगा?

- (b) Let X be a negative binomial random variable with parameters r and θ , r being known and θ unknown. Suppose the problem is to test $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ against $H_0: \theta > \frac{1}{2}$. Find the UMP test for the problem and obtain its power function. (10)

मान लीजिए कि X एक ऋणात्मक द्विपद यादृच्छिक चर है जिसके प्राचल r और θ हैं, जहाँ r ज्ञात और θ अज्ञात हैं। मान लीजिए समस्या $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ को $H_0: \theta > \frac{1}{2}$ के विरुद्ध परीक्षण करना है। समस्या के लिए UMP परीक्षण का पता लगाएं और इसका शक्ति फलन प्राप्त करें।

3. (a) State and prove Neyman-Pearson fundamental Lemma. How this lemma help in hypothesis testing? (10)

नेमैन-पियर्सन मौलिक लेमा को लिखें और सिद्ध करें। यह लेमा परिकल्पना परीक्षण में कैसे मदद करता है?

- (b) Explain the significance of type I and Type II errors in test of hypothesis. Let X is a single sample drawn from binomial population $b(4, \theta)$ to test null hypothesis H_0 :

$\theta=0.2$ against $H_1: \theta=0.6$. If $C_1 = \{x: x \geq 3\}$ and $C_2 = \{x: x \geq 4\}$ are two proposed critical regions then which will be more powerful? (10)

परिकल्पना के परीक्षण में टाइप I और टाइप II त्रुटियों के महत्व की व्याख्या करें। मान लें कि X एक एकल नमूना है जिसे द्विपद समष्टि $b(4, \theta)$ से लिया गया है ताकि शून्य परिकल्पना $H_0: \theta = 0.2$ के विरुद्ध $H_1: \theta = 0.6$ का परीक्षण किया जा सके। यदि $C_1 = \{x: x \geq 3\}$ और $C_2 = \{x: x \geq 4\}$ दो प्रस्तावित क्रांतिक क्षेत्र हैं तो कौन अधिक शक्तिशाली होगा?

4. (a) Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. with each X_i ($i=1,2,\dots,n$) being a Bernoulli (θ) random variable. Obtain the likelihood ratio test for testing $H_0: \theta \leq \theta_0$ against $H_1: \theta > \theta_0$. (10)

मान लीजिए X_1, X_2, \dots, X_n जिनमें प्रत्येक X_i ($i=1,2,\dots,n$) बर्नौली (θ) के साथ i.i.d यादृच्छिक चर है। $H_0: \theta \leq \theta_0$ के विरुद्ध $H_1: \theta > \theta_0$ के परीक्षण के लिए likelihood ratio परीक्षण प्राप्त कीजिये।

- (b) Explaining SPRT, develop it for testing $H_0: \theta = \frac{1}{3}$ against $H_1: \theta = \frac{2}{3}$ for the distribution

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \theta^x (1 - \theta)^{1-x} & x = 0, 1, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad 0 < \theta < 1.$$

SPRT को समझाते हुए इसे $H_0: \theta = \frac{1}{3}$ के विरुद्ध $H_1: \theta = \frac{2}{3}$ का परीक्षण करने के लिए विकसित कीजिए।

$$f_X(x, \theta) = \begin{cases} \theta^x (1 - \theta)^{1-x} & x = 0, 1, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad 0 < \theta < 1.$$

(10)

5. (a) Write the names of parametric test used for testing of hypothesis related with mean(s) of population(s). Explain the assumptions of such tests. Stating the hypothesis, explain the run test. (10)

समष्टि / समष्टियों के माध्य (माध्यों) से संबंधित परिकल्पना के परीक्षण के लिए प्रयुक्त पैरामीट्रिक परीक्षण के नाम लिखिए। ऐसे परीक्षणों की मान्यताओं की व्याख्या करें। परिकल्पना बताते हुए रन टेस्ट की व्याख्या करें।

- (b) Define a regression estimator of population mean. Show that this estimator is more efficient than the sample mean under SRSWOR using large sample approximation.

समष्टि माध्य के प्रतिगमन आकलक को परिभाषित करें। दिखाएँ कि यह आकलक बड़े प्रतिदर्श सन्निकटन का उपयोग करके SRSWOR के तहत प्रतिदर्श माध्य से अधिक कुशल है। (10)

6. (a) Differentiate among Population, sampling frame and Sample. Explain in detail the design of fifth National Family Health Survey in India. (10)

समष्टि, प्रतिदर्श प्रारूप और प्रतिदर्श के बीच अंतर करें। भारत में पांचवें राष्ट्रीय परिवार स्वास्थ्य सर्वेक्षण की रूपरेखा को विस्तार से समझाइए।

- (b) Explain the analysis of a two –way classified data with one observation per cell and discuss the assumptions made also. (10)

प्रति सेल एक प्रेक्षण के साथ दो-तरफा वर्गीकृत डेटा के विश्लेषण की व्याख्या करें और इसमें लिए गए मान्यताओं पर भी चर्चा करें।

7. (a) Discuss the estimation method of least square with illustration. Using the method of least square, obtain estimators of the parameters of linear model $Y = \beta_0 + \beta_1 X$. Show that the estimators obtained are unbiased. (10)

आकलन की न्यूनतम वर्ग विधि की व्याख्या उदाहरण सहित कीजिए। न्यूनतम वर्ग विधि का उपयोग करते हुए, रेखिक मॉडल $Y = \beta_0 + \beta_1 X$ के प्राचलों के आकलन प्राप्त करें। दिखाएँ कि प्राप्त आकलन निष्पक्ष हैं।

- (b) Explain the concept of missing plot technique. Illustrate the analysis of a Latin Square design with one missing value. Explain also the assumptions taken. (10)

विलुप्त प्लॉट तकनीक की अवधारणा की व्याख्या करें। एक विलुप्त मान के साथ लैटिन स्क्वायर डिज़ाइन के विश्लेषण का वर्णन करें। लिए गए अनुमानों को भी स्पष्ट कीजिए।

8. (a) Define a Balanced Incomplete Block Design. In usual notations, prove that for a BIBD: (10)

- (i) $b k = r t$
- (ii) $r (k-1) = \lambda (t - 1)$
- (iii) $b \geq t$

एक संतुलित अपूर्ण ब्लॉक डिज़ाइन को परिभाषित करें। सामान्य चिन्हों में, एक BIBD के लिए सिद्ध करें कि

- (i) $b k = r t$
- (ii) $r (k-1) = \lambda (t - 1)$
- (iii) $b \geq t$

- (b) Discuss the main effects and interaction effects of a 2^3 factorial experiment as orthogonal contrast. Also describe how to compute the sum of squares due to these contrasts. (10)

ऑर्थोगोनल कंट्रास्ट के रूप में 2^3 फैक्टोरियल प्रयोग के मुख्य प्रभावों और अंतःक्रियात्मक प्रभावों पर चर्चा करें। कंट्रास्ट के कारण वर्गों के योग की गणना कैसे करें, इसका भी वर्णन करें।
