DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

T.B.C. : 28/14/ET **Booklet Sr. No. 602**

TEST BOOKLET
MATHEMATICAL SCIENCE
PAPER III

Time Allowed : 2½ Hours] [Maximum Marks : 150

All questions carry equal marks.

INSTRUCTIONS

1. Write your Roll Number only in the box provided alongside. Do not write anything else on the Test Booklet.
2. This Test Booklet contains **75** items (questions). Each item comprises four responses (answers). Choose only one response for each item which you consider the best.
3. After the candidate has read each item in the Test Booklet and decided which of the given responses is correct or the best, he has to mark the circle containing the letter of the selected response by blackening it completely with ball point pen as shown below. *H.B. Pencil should not be used* in blackening the circle to indicate responses on the answer sheet. In the following example, response "C" is so marked :

4. Do the encoding carefully as given in the illustrations. While encoding your particulars or marking the answers on answer sheet, you should blacken the circle corresponding to the choice in full and no part of the circle should be left unfilled. You may clearly note that since the answer sheets are to be scored/evaluated on machine, any violation of the instructions may result in reduction of your marks for which you would yourself be responsible.
5. You have to mark all your responses ONLY on the ANSWER SHEET separately given. *Responses marked on the Test Booklet or in any paper other than the answer sheet shall not be examined.* Use ball point pen for marking responses.
6. All items carry equal marks. Attempt *all* items.
7. Before you proceed to mark responses in the Answer Sheet fill in the particulars in the front portion of the Answer Sheet as per the instructions.
8. After you have completed the test, hand over OMR answer-sheet to the Invigilator.
9. In case of any discrepancy found in English and Hindi Versions in this paper, the English Version may be treated as correct and final.

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

MATHEMATICAL SCIENCE

Paper III

Time Allowed : 2½ Hours] [Maximum Marks : 150

Note :— This question paper contains **seventy five (75)** questions with multiple choice answers. Each question carries **two (2)** marks. Attempt *all* questions.

1. The value of $\int \frac{x^2 + y^2}{p} ds$, where the integral is taken round the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ and p is the length of the perpendicular from the centre to the tangent is :

(A) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 + b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\right]$

(B) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 - b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\right]$

(C) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 - b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\right]$

(D) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 + b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\right]$

गणितीय विज्ञान

प्रश्न-पत्र III

समय : 2½ घण्टे] [पूर्णांक : 150

नोट : इस प्रश्न-पत्र में **पचहत्तर (75)** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **दो (2)** अंक हैं । **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिये ।

1. $\int \frac{x^2 + y^2}{p} ds$ का मान क्या है, जहाँ पूर्णसांख्यिक को दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के चारों ओर लिया है और p केन्द्र से स्पर्शज्या पर अभिलम्ब की लम्बाई है :

(A) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 + b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\right]$

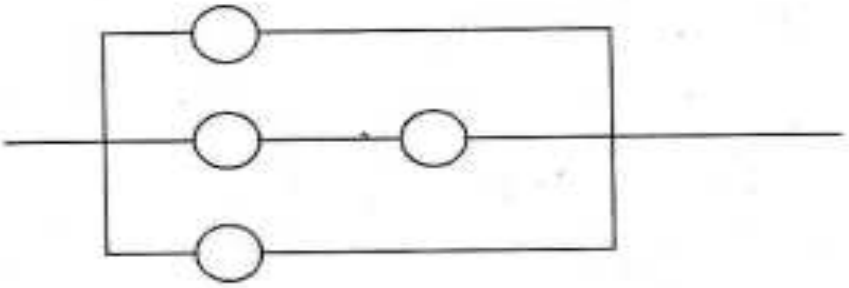
(B) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 - b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\right]$

(C) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 - b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\right]$

(D) $\frac{\pi ab}{4}\left[4 + \left(a^2 + b^2\right)\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\right]$

Or

Four identical components are connected to form a system for which the network diagram is given as :



The reliability for each component has been calculated to be as R. What is the reliability of this system ?

(A) $2R - 2R^3 + R^4$

(B) $R - 2R^3$

(C) $R - R^3$

(D) None of these

2. Which of the following is *not* a necessary condition for $I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')\, dx$ to have an extremum ?

(A) $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dy}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right) = 0$

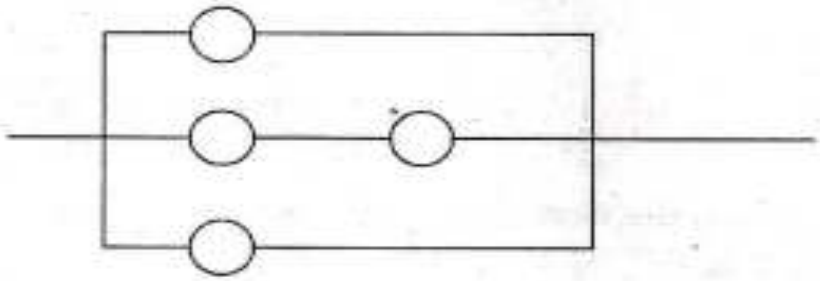
(B) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

(C) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y'} - y' \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y'} - y'' \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = 0$

(D) $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dx}\left(f - y' \frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

अथवा

चार एकसमान अवयव जुड़कर एक रचना बनाते हैं जिसके लिए नटवक ।५८ नीचे दिया है :



प्रत्येक अवयव की विश्वसनीयता का समाकलन R है । इस तंत्र की विश्वसनीयता क्या है ?

(A) $2R - 2R^3 + R^4$

(B) $R - 2R^3$

(C) $R - R^3$

(D) इनमें से कोई नहीं

2. निम्नलिखित में से कौन $I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')\, dx$ की चरम पाने के लिए आवश्यक दशा **नहीं** है ?

(A) $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dy}\left(\frac{\partial f}{\partial x'}\right) = 0$

(B) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

(C) $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y'} - y' \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial y'} - y'' \frac{\partial^2 f}{\partial y'^2} = 0$

(D) $\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dx}\left(f - y' \frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0$

Or

Let R_i be the reliability of the ith component in a system, $i = 1, 2, \ldots, n$ then the reliability of a parallel system is given by :

(A) $R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i(t))$ (B) $R(t) = \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i(t))$

(C) $R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$ (D) $R(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$

3. Starting with $x_0 = 1$, the next approximation x_1 to $(2)^{1/3}$ obtained by Newton-Raphson method is :

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{1}{3}$

Or

If different effects are confounded in different blocks, it is said to be :

(A) Complete confounding (B) Partial confounding

(C) Balanced confounding (D) None of these

4. If $f(z) = u + iv$ is analytic in a region D, then u and v are harmonic in D if :

(A) u have continuous second order partial derivative in D but v does not have second order partial derivative in D

(B) v have continuous second order partial derivative in D but u does not have second order partial derivative in D

(C) both u and v do not have continuous second order partial derivatives in D

(D) both u and v have continuous second order partial derivatives in D

अथवा

मान लीजिए कि एक तंत्र में iवे अवयव की विश्वसनीयता R_i है, $i = 1, 2, ..., n$ तो समान्तर तंत्र की विश्वसनीयता कैसे दी जायेगी ?

(A) $R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - R_i(t))$ (B) $R(t) = \prod_{i=1}^{n}(1 - R_i(t))$

(C) $R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$ (D) $R(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$

3. $x_0 = 1$ से आरम्भ कर, $(2)^{1/3}$ को न्यूटन-रैफसन विधि द्वारा प्राप्त अगला सन्निकटन x_1, कौनसा है ?

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{1}{3}$

अथवा

विभिन्न प्रभावों को विभिन्न खण्डों में संयुक्त किया जाता है, यह कहलाता है :

(A) पूर्ण अस्तव्यस्तता (B) आंशिक अस्तव्यस्तता

(C) संतुलित अस्तव्यस्तता (D) इनमें से कोई नहीं

4. यदि $f(z) = u + iv$ एक क्षेत्र D में विश्लेषित हैं, तो u और v, D में सुसंगत होंगे, यदि :

(A) u, D में निरन्तर द्वितीय क्रम आंशिक व्युत्पन्न रखता है लेकिन v, D में द्वितीय क्रम आंशिक व्युत्पन्न नहीं रखता

(B) v, D में निरन्तर द्वितीय क्रम आंशिक व्युत्पन्न रखता है पर u, D में द्वितीय क्रम आंशिक व्युत्पन्न नहीं रखता

(C) u और v दोनों D में निरन्तर द्वितीय क्रम आंशिक व्युत्पन्न नहीं रखते

(D) u और v दोनों D में निरन्तर द्वितीय क्रम आंशिक व्युत्पन्न रखते हैं

Or

If a Markov process has a continuous state space and discrete parameter space, then it is a :

(A) Continuous parameter Markov chain

(B) Discrete parameter Markov chain

(C) Continuous parameter Markov process

(D) Discrete parameter Markov process

5. Solution of $\frac{\partial u}{\partial x} = 2\frac{\partial u}{\partial t} + 4$, where $u(x, 0) = 6e^{-3x}$ is :

(A) $u = e^{3x+2t}$ (B) $u = e^{3x-2t}$

(C) $u = 6e^{-(3x+2t)}$ (D) $u = 6e^{3x+2t}$

Or

Which of the following chart types would be used to monitor the fraction of a production lot of desktops that had scratches on the surface ?

(A) $\bar{x}$-chart (B) R-chart

(C) p-chart (D) c-chart

6. How many vertices and edges do the graph of n dimensional cube Q_n have ?

(A) 2^n vertices and $n2^{n-1}$ edges

(B) $(n + 1)$ vertices and n edges

(C) n vertices and $\frac{n(n-1)}{2}$ edges

(D) n vertices and $\frac{n(n+1)}{2}$ edges

अथवा

यदि मार्कोव प्रक्रिया निरन्तर अवस्था रिक्त स्थान और असतत पैमाना स्थान रखती है तो यह एक है :

(A) सतत पैमाना मार्कोव शृंखला

(B) असतत पैमाना मार्कोव शृंखला

(C) सतत पैमाना मार्कोव प्रक्रिया

(D) असतत पैमाना मार्कोव प्रक्रिया

5. $\frac{\partial u}{\partial x} = 2\frac{\partial u}{\partial t} + 4$ का समाधान क्या होगा, जहाँ $u(x, 0) = 6e^{-3x}$:

(A) $u = e^{3x+2t}$ (B) $u = e^{3x-2t}$

(C) $u = 6e^{-(3x+2t)}$ (D) $u = 6e^{3x+2t}$

अथवा

निम्नलिखित में से कौनसा चार्ट प्रकार डेस्कटॉप के एक उत्पादन खेप के प्रभाज के अनुश्रवण के लिए उपयोग किया जायेगा, जिसमें सतह पर खरोंचे हैं :

(A) $\bar{x}$ -चार्ट (B) R-चार्ट

(C) p-चार्ट (D) c-चार्ट

6. n आयामी घन Q_n के ग्राफ में कितने अनुलम्ब तल और किनारे होंगे ?

(A) 2^n अनुलम्ब तल और $n2^{n-1}$ किनारे

(B) $(n + 1)$ अनुलम्ब तल और n किनारे

(C) n अनुलम्ब तल और $\frac{n(n-1)}{2}$ किनारे

(D) n अनुलम्ब तल और $\frac{n(n+1)}{2}$ किनारे

Or

Consider the following IPP :

Max $Z = 5x_1 + 4x_2$

Subject to $x_1 + x_2 \leq 5$

$10x_1 + 6x_2 \leq 45$

$x_1, x_2 \geq 0$ and integers.

The optimal value of the objective function is :

(A) $Z = 23$ (B) $Z = 22$

(C) $Z = 21$ (D) $Z = 20$

7. The heat equation is :

(A) $\frac{\partial u}{\partial x} = c^2 \nabla^2 x^2$ (B) $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{c^2} \nabla^2 t^2$

(C) $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \nabla^2 u$ (D) $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \nabla^2 y^2$

Or

Split-plot design is a sort of :

(A) Confouned design (B) Partially nested design

(C) Both (A) and (B) (D) Neither (A) nor (B)

8. Which of the following poset is *not* a lattice ?

(A) ({1, 2, 4, 6, 8, 16}, divisibility) (B) ({1, 2, 3, 4, 5}, division)

(C) $(\mathbf{P}(\{1, 2, 3\}), \subseteq)$ (D) $(\mathbf{Z}, \leq)$

अथवा

निम्नलिखित IPP पर विचार कीजिए :

Max $Z = 5x_1 + 4x_2$

Subject to $x_1 + x_2 \leq 5$

$10x_1 + 6x_2 \leq 45$

$x_1, x_2 \geq 0$ और पूर्ण संख्यायें

उद्देश्य फलन का अनुकूलतम मान है :

(A) $Z = 23$ (B) $Z = 22$

(C) $Z = 21$ (D) $Z = 20$

7. ऊष्मा समीकरण है :

(A) $\frac{\partial u}{\partial x} = c^2 \nabla^2 x^2$ (B) $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{c^2} \nabla^2 t^2$

(C) $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \nabla^2 u$ (D) $\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \nabla^2 y^2$

अथवा

विभाज्य प्लाट डिजाइन एक प्रकार का क्या है ?

(A) अस्त-व्यस्त डिजाइन (B) आंशिक निलय डिजाइन

(C) (A) और (B) दोनों (D) न तो (A) और न ही (B)

8. निम्नलिखित में से कौनसा पॉसेट एक लैटिस **नहीं** है :

(A) ({1, 2, 4, 6, 8, 16}, विभाजनीयता) (B) ({1, 2, 3, 4, 5}, विभाजन)

(C) (P({1, 2, 3}), $\subseteq$) (D) (**Z**, $\leq$)

Or

Parametric linear programming investigates the effect on the optimum solution of :

(A) discrete variations in the objective function coefficients and the right hand side of the constraints

(B) continuous variations in the objective function coefficients and the right hand side of the constraints

(C) discrete variations in the objective function coefficients only

(D) continuous variations in the objective function coefficients only

9. Laplace transform of cosh $3t$ is :

(A) $\frac{s}{s^2 - 9}$

(B) $\frac{s}{s^2 + 9}$

(C) $\frac{3}{s^2 - 9}$

(D) $\frac{3}{s^2 + 9}$

Or

If the joint distribution of X and Y is given as :

Y \ X	1	2
1	0.4	0.2
2	0.1	0.3

then $E(X|Y = 1)$ is :

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{5}{3}$

(D) 2

अथवा

प्राचलिक रेखित प्रोग्रामिंग किसके अनुकूलतम समाधान पर प्रभाव की खोज करता है ?

(A) उद्देश्य फलन गुणांक में पृथक् परिवर्तन और दाहिने हाथ की ओर की कठिनाइयाँ

(B) उद्देश्य फलन गुणांक में सतत परिवर्तन और दाहिने हाथ की ओर की कठिनाइयाँ

(C) उद्देश्य फलन गुणांक में केवल पृथक् परिवर्तन

(D) उद्देश्य फलन गुणांक में केवल सतत परिवर्तन

9. $\cosh 3t$ का लाप्लास रूपान्तर है :

(A) $\frac{s}{s^2 - 9}$ (B) $\frac{s}{s^2 + 9}$

(C) $\frac{3}{s^2 - 9}$ (D) $\frac{3}{s^2 + 9}$

अथवा

यदि X और Y का संयुक्त वितरण निम्नलिखित रूप में दिया जाय :

Y \ X	1	2
1	0.4	0.2
2	0.1	0.3

तो $E(X|Y = 1)$ है :

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{5}{3}$ (D) 2

10. The maximal elements for the poset ({3, 5, 9, 15, 24, 45}, divisibility) is/are :

(A) 15 and 45

(B) 45

(C) 24 and 45

(D) 24

Or

A market structure with monopolistic competition is a type of :

(A) Perfect competition with many producers selling the product that are differentiates from one another

(B) Perfect competition with many producers selling the products that are exactly the same

(C) Imperfect competition with many producers selling the products that are differentiates from one another

(D) Imperfect competition with many producers selling the products that are exactly the same

11. The plane containing $\overline{t}$ and $\overline{b}$ is called :

(A) Osculating plane

(B) Normal plane

(C) Tangent plane

(D) Rectifying plane

10. पॉसेट ({3, 5, 9, 15, 24, 45}, विभाजनीयता) के लिए अधिकतम तत्व है :

(A) 15 और 45 (B) 45

(C) 24 और 45 (D) 24

अथवा

एकाधिकारिक प्रतिद्वन्द्वता वाली बाजार संरचना किस प्रकार की है ?

(A) बहुत से उत्पादकों जो उत्पाद का विक्रय कर रहे हों, के साथ सुयोग्य प्रतिद्वन्द्विता जो एक दूसरे को विभेदित करती है

(B) बहुत से उत्पादकों जो उत्पाद का विक्रय कर रहे हों, के साथ सुयोग्य प्रतिद्वन्द्विता जो बिल्कुल एकसमान है

(C) बहुत से उत्पाद विक्रेता के उत्पादकों के साथ अयोग्य प्रतिद्वन्द्विता जो एक दूसरे को विभेदित करती है

(D) बहुत से उत्पाद विक्रेता के उत्पादकों के साथ अयोग्य प्रतिद्वन्द्विता जो बिल्कुल एकसमान है

11. $\overline{t}$ और $\overline{b}$ वाले समतल को क्या कहा जाता है ?

(A) आश्लेषी समतल (B) सामान्य समतल

(C) स्पर्शरेखीय समतल (D) चापकलन समतल

Or

Let $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ be a sample from a distribution F. Consider the following statements, the notations having usual meanings :

(1) For estimating $\mu(F)$, the U-statistic is $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

(2) For estimating $\mu_2(F)$, the U-statistic is $U\left(\underset{\sim}{X}\right) = s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

(3) For estimating $\mu^2(F)$, the V-statistic is $U\left(\underset{\sim}{X}\right) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i \neq j} X_i X_j$

Of these statements :

(A) Only (1) and (2) are correct

(B) Only (1) and (3) are correct

(C) Only (2) and (3) are correct

(D) (1), (2) and (3) are correct

12. If X is a metric space and $\langle x_n \rangle$ is a convergent sequence in X with $\lim_n x_n = x_0$, then the set :

(A) $\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ is compact

(B) $\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ is not compact

(C) $\{x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ is compact

(D) $\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ may not be compact

अथवा

मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ एक वितरण F से नमूने हैं । निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए । अंकनों का सामान्य अर्थ है ।

(1) $\mu(F)$ के अवकलन के लिए, U-सांख्यिकी $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ है

(2) $\mu_2(F)$ के अवकलन के लिए, U-सांख्यिकी $U\left(\underset{\sim}{X}\right) = s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ है

(3) $\mu^2(F)$ के अवकलन के लिए, V-सांख्यिकी $U\left(\underset{\sim}{X}\right) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i \neq j} X_i X_j$ है

इन कथनों में :

(A) केवल (1) और (2) सही हैं

(B) केवल (1) और (3) सही हैं

(C) केवल (2) और (3) सही हैं

(D) (1), (2) और (3) सही हैं

12. यदि X एक दूरिक स्थान और $\lim_n x_n = x_0$ के साथ X में, $<x_n>$ एक अभिसारी क्रम है तो समुच्चय :

(A) $\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ सुसंहत हैं

(B) $\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ सुसंहत नहीं हैं

(C) $\{x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ सुसंहत हैं

(D) $\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ldots\}$ सुसंहत नहीं हो सकते हैं

Or

Let X_0 be a feasible solution of the primal problem :

max $f(X) = C^T X$ subject to $AX \leq b$, $X \geq 0$

and let Y_0 be a feasible solution of the dual problem.

Min $g(Y) = b^T Y$ subject to $A^T Y \geq C$, $Y \geq 0$

such that $f(X_0) = g(Y_0)$, then :

(A) X_0 and Y_0 are the optimal solution of the primal and the dual problem respectively

(B) Either the primal or dual LPP has an unbounded objective function value

(C) All the primal constraints are satisfied with strict equality

(D) None of the above

13. Which of the following angles is *not* constructible with a straight edge and compass ?

(A) 30° (B) 45°

(C) 40° (D) 60°

Or

In a life table, the relation between the central mortality rate m_x and force of mortality μ_x is :

(A) $m_x = \frac{1}{2}(\mu_x + \mu_{x+1})$ (B) $m_x = \frac{1}{2}\mu_{x+1}$

(C) $m_x = \mu_x + \frac{1}{2}$ (D) None of these

अथवा

मान लीजिए X_0 एक प्रमुख प्रश्न का आसान समाधान है :

$\max f(X) = C^T X$, $AX \leq b$, $X \geq 0$ होने पर

और मान लीजिए Y_0 एक दोहरे प्रश्न का आसान समाधान है

$\text{Min } g(Y) = b^T Y$, $A^T Y \geq C$, $Y \geq 0$ होने पर

ऐसे कि $f(X_0) = g(Y_0)$, तो :

(A) X_0 और Y_0 क्रमशः प्रमुख और दोहरे प्रश्न का अनुकूलतम समाधान है

(B) मुख्य या दोहरे LPP का एक बन्धनरहित उद्देश्य कार्य मान है

(C) सभी मुख्य प्रश्न सख्त बराबरी के साथ संतोषजनक हैं

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

13. निम्नलिखित में से कौनसा कोण सीधे किनारे और कम्पास से **नहीं** बनाया जा सकता ?

(A) 30° (B) 45°

(C) 40° (D) 60°

अथवा

जीवन तालिका में केन्द्रीय मर्त्यता दर m_x और मर्त्यता बल μ_x के बीच सम्बन्ध है :

(A) $m_x = \frac{1}{2}(\mu_x + \mu_{x+1})$ (B) $m_x = \frac{1}{2}\mu_{x+1}$

(C) $m_x = \mu_x + \frac{1}{2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

14. An undirected graph always has :

(A) an even number of vertices of odd degree

(B) an odd number of vertices of even degree

(C) an odd number of vertices of odd degree

(D) an even number of vertices of even degree

Or

Use of auxiliary character 'X' in the ratio method leads to efficient estimation of population mean, when :

(A) $\rho\frac{C_Y}{C_X} > \frac{1}{2}$ (B) $\rho\frac{C_Y}{C_X} < \frac{1}{2}$

(C) $\rho\frac{C_X}{C_Y} > \frac{1}{2}$ (D) $\rho\frac{C_X}{C_Y} < \frac{1}{2}$

15. Which of the following is *not* true ?

(A) σ is multiplicative (B) μ is multiplicative

(C) $\sigma(mn) = \sigma(m)\ \sigma(n)$ (D) None of these

Or

If Y is the study variable and X is the auxiliary variable, then consider the following four situations :

(1) X is influenced by the treatments

(2) X is not influenced by the treatments

(3) ANOVA of X yields treatment S.S. significant

(4) ANOVA of X yields treatment S.S. not significant

Analysis of covariance could be done in case of situation.

(A) only (1) (B) only (2)

(C) (1) and (3) (D) (2) and (4)

14. एक निर्देशरहित ग्राफ हमेशा रखता है :

(A) विषम डिग्री के अनुलम्बों की एक सम संख्या

(B) सम डिग्री के अनुलम्बों की एक विषम संख्या

(C) विषम डिग्री के अनुलम्बों की एक विषम संख्या

(D) सम डिग्री के अनुलम्बों की एक सम संख्या

अथवा

गौण लक्षण 'X' के अनुपात विधि में उपयोग जनसंख्या माध्य के कुशल अवकलन को दिखाता है, जब :

(A) $\rho\frac{C_Y}{C_X} > \frac{1}{2}$ (B) $\rho\frac{C_Y}{C_X} < \frac{1}{2}$

(C) $\rho\frac{C_X}{C_Y} > \frac{1}{2}$ (D) $\rho\frac{C_X}{C_Y} < \frac{1}{2}$

15. निम्नलिखित में से कौनसा **सत्य नहीं** है ?

(A) σ गुणात्मक है (B) μ गुणात्मक है

(C) $\sigma(mn) = \sigma(m)\ \sigma(n)$ (D) इनमें से कोई नहीं

अथवा

यदि Y एक अध्ययन परिवर्तक है और X एक गौण परिवर्तक है, निम्नलिखित चार दशाओं पर विचार कीजिए :

(1) X उपचार से प्रभावित होता है

(2) X उपचार से प्रभावित नहीं होता है

(3) X का ANOVA अर्थ पूर्ण उपचार S.S. देता है

(4) X का ANOVA व्यर्थ उपचार S.S. देता है

सह-प्रसरण विश्लेषण किस दशा में किया जा सकता है :

(A) केवल (1) में (B) केवल (2) में

(C) (1) और (3) में (D) (2) और (4) में

16. Two measures λ and μ on a measurable space (X, **B**) are called mutually singular if :

(A) $X = A \cup B$, $\lambda(A) > 0$, $\mu(B) < 0$

(B) $X = A \cup B$, $\lambda(A) = 0$, $\mu(B) = 0$

(C) $X = A \cup B$, $\lambda(A) > 0$, $\mu(B) > 0$

(D) $X = A \cap B$, $\lambda(A) = 0$, $\mu(B) = 0$

Or

A political pollster randomly selects a sample of 100 voters each day for 8 successive days and asks how many will vote for the incumbent. The pollster wishes to construct a '*p*' chart to see if the percentage favouring the incumbent candidate is too eratic.

Sample (Day)	**Number Favouring Incumbent**
1	57
2	57
3	53
4	51
5	55
6	60
7	56
8	59

What is the numerical value of the center line for the '*p*' chart ?

(A) 0.53 (B) 0.56

(C) 0.63 (D) 0.66

16. एक मापन योग्य स्थान (X, **B**) पर दो मीजर्स λ और μ को पारस्परिक एकल कहा जाता है, यदि :

(A) $X = A \cup B$, $\lambda(A) > 0$, $\mu(B) < 0$

(B) $X = A \cup B$, $\lambda(A) = 0$, $\mu(B) = 0$

(C) $X = A \cup B$, $\lambda(A) > 0$, $\mu(B) > 0$

(D) $X = A \cap B$, $\lambda(A) = 0$, $\mu(B) = 0$

अथवा

एक राजनैतिक मतदान विशेषज्ञ क्रमिक आठ दिनों में प्रत्येक दिन 100 मतदाताओं के एक नमूने को यादृच्छिक रूप में चयन करता है और पूछता है कि कितने मतदाता, पदधारी के लिए मद देंगे ? मतदान विशेषज्ञ पदधारी के समर्थकों की प्रतिशतता जानने के लिए चार्ट 'p' बनाने की इच्छा रखता है । अभ्यर्थी बहुत अनियमित है :

नमूना (दिन)	पदधारी के समर्थकों की संख्या
1	57
2	57
3	53
4	51
5	55
6	60
7	56
8	59

चार्ट 'p' पर केन्द्र रेखा का सांख्यिक मान क्या होगा ?

(A) 0.53 (B) 0.56

(C) 0.63 (D) 0.66

17. Let ν be a signed measure on the measurable space (X, **B**). Then the following holds :

(A) there exists two measures α and β on (X, **B**) which are mutually non-singular and $\nu = \alpha + \beta$

(B) there exists two measures mutually non-singular measures α and β on (X, **B**) such that $\nu = \alpha - \beta$

(C) there exists two mutually singular measures α and β on (X, **B**) such that $\nu = \alpha - \beta$

(D) None of the above

Or

In a life table, the central mortality rate m_x in terms of q_x is given by :

(A) $m_x = \dfrac{2q_x}{(2+q_x)}$

(B) $m_x = \dfrac{q_x}{(2+q_x)}$

(C) $m_x = \dfrac{2q_x}{(2-q_x)}$

(D) $m_x = \dfrac{q_x}{(2-q_x)}$

18. Extremals of the functional $\int_{x_1}^{x_2} y\sqrt{1+y'^2}\,dx$ is attained on the :

(A) Catenary

(B) Parabola

(C) Circle

(D) Sphere

Or

A Radiology lab has one CT scan machine. Patients arrive at the centre according to Poisson process at the average of 10 per 8-hour day. The time spent on the performing CT scan of the patients is exponentially distributed with mean of 30 minutes. For what percentage of time, the machine is expected to be idle ?

(A) 37.5%

(B) 43%

(C) 28%

(D) 19%

17. माना कि ν मीजर स्थान (X, B) पर एक संकेत माप है, तो निम्नलिखित रखते हैं :

(A) दो मीजर्स α और β अस्तित्व में (X, B) पर हैं जो परस्पर रूप में एकल नहीं है और $\nu = \alpha + \beta$

(B) दो पारस्परिक मीजर्स α और β जो एकल नहीं हैं (X, B) पर हैं ऐसे कि $\nu = \alpha - \beta$

(C) दो पारस्परिक एकल मीजर्स α और β (X, B) पर हैं ऐसे कि $\nu = \alpha - \beta$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अथवा

जीवन तालिका में q_x के संदर्भ में केन्द्रीय मर्त्यता दर m_x किसके द्वारा दी जाती है :

(A) $m_x = \frac{2q_x}{(2+q_x)}$ (B) $m_x = \frac{q_x}{(2+q_x)}$

(C) $m_x = \frac{2q_x}{(2-q_x)}$ (D) $m_x = \frac{q_x}{(2-q_x)}$

18. फलनात्मक $\int_{x_1}^{x_2} y\sqrt{1+y'^2}\,dx$ के चरम को कहाँ प्राप्त किया जाता है ?

(A) रज्जु वक्र (B) परवलय

(C) वृत्त (D) गोला

अथवा

विकिरण विज्ञान प्रयोगशाला में एक सी.टी. अवलोकन मशीन है । मरीज केन्द्र में प्वासों प्रक्रिया के अनुसार औसतन 10 मरीज प्रति 8-घंटे दिवस से पहुँचते हैं । मरीजों के सी.टी. अवलोकन में लगा समय 30 मिनट के माध्य के साथ घातांक वितरित होता है । समय के कितने प्रतिशत में मशीन के खाली रहने की संभावना है ?

(A) 37.5% (B) 43%

(C) 28% (D) 19%

19. Let $(X, \mathbf{A}, \lambda)$ and $(Y, \mathbf{B}, \mu)$ be any *two* measure spaces. Then there exists a countably additive measure ν defined on :

$$\zeta = \left\{ E = \bigcup_{i=1}^{n} R_i : R_i = A_i \times B_i,\ A_i \in \mathbf{A},\ B_i \in \mathbf{B} \right\}$$

such that :

$$\nu(A \times B) = \lambda(A)\ \mu(B)$$

for all $A \in \mathbf{A}$ and $B \in \mathbf{B}$. The measure ν is unique if :

(A) λ is finite and μ is σ-finite

(B) λ is σ-finite and μ is finite

(C) λ is μ are both σ-finite

(D) None of these

Or

Let $X \sim b(n, p)$, $0 \leq p \leq 1$. A minimax estimate of p of the form $\alpha X + \beta$ is :

$$d^*(X) = \frac{X}{\sqrt{n}\left(1+\sqrt{n}\right)} + \frac{1}{2\left(1+\sqrt{n}\right)}$$

and the UMVUE (which is also the MLE) of p is $d(X) = \frac{X}{n}$. Consider the following statements :

(1) the minimax estimate would be prefered if n is small

(2) the UMVUE would he prefered in n is large

Select the *correct* answer using the codes given below :

Codes :

(A) Only (1) is true

(B) Only (2) is true

(C) Both (1) and (2) are true

(D) Nothing definite can be said

19. माना कि $(X, \mathbf{A}, \lambda)$ और $(Y, \mathbf{B}, \mu)$ कोई दो अपवर्तक स्थान हैं तब वहाँ एक गिनने योग्य योग अपवर्तक ν को :

$$\zeta = \left\{ E = \bigcup_{i=1}^{n} R_i : R_i = A_i \times B_i,\ A_i \in \mathbf{A},\ B_i \in \mathbf{B} \right\}$$

पर परिभाषित ऐसे किया कि

$$\nu(A \times B) = \lambda(A)\ \mu(B)$$

सभी $A \in \mathbf{A}$ और $B \in \mathbf{B}$ के लिए अपवर्तक ν विलक्षण होगा, यदि :

(A) λ परिमित है और μ σ-परिमित है

(B) λ σ-परिमित है और μ परिमित है

(C) λ और μ दोनों σ-परिमित हैं

(D) इनमें से कोई नहीं

अथवा

माना कि $X \sim b(n, p)$, $0 \leq p \leq 1$, $\alpha X + \beta$ रूप के p का मिनीमैक्स अनुमान

$$d^*(X) = \frac{X}{\sqrt{n}\left(1+\sqrt{n}\right)} + \frac{1}{2\left(1+\sqrt{n}\right)}$$

और p का UMVUE (जो MLE भी है) $d(X) = \frac{X}{n}$ है निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

(1) मिनीमैक्स अनुमान जो वरीय है यदि n छोटा है

(2) UMVUE वरीय होगा यदि n बड़ा है

नीचे दिये गये कूट को चुनकर **सही** उत्तर दीजिए :

कूट :

(A) केवल (1) सही है

(B) केवल (2) सही है

(C) (1) और (2) दोनों सही हैं

(D) निश्चित रूप में कुछ नहीं कहा जा सकता

20. The characteristic of the ring $\mathbf{Z}_2 \times \mathbf{Z}_4 \times \mathbf{Z}_6$ is :

(A) 2 (B) 4

(C) 6 (D) 12

Or

The basic characteristic of Dynamic Programming Problems are :

(I) The effect of a decision at stage is to transform the current state into a state of the system at the next stage.

(II) Given the current state, an optimal decision for the remaining stages is independent of the decision taken in previous stages.

(III) The purpose of the process is to optimize a predefined function of the state variables called the objective function.

(A) (I) and (II) are true

(B) (I) and (III) are true

(C) (II) and (III) are true

(D) (I), (II) and (III) are true

21. Let G = (V, E) be an undirected graph with e edges. Then $\sum_{v \in V} \deg v$ is :

(A) $2e$ (B) e

(C) $3e$ (D) $4e$

Or

Let $A_1, A_2, \ldots\ldots$ be a sequence of events and let $E = \limsup A_n$. If :

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty,$$

then :

(A) $P(E) = 0$ (B) $P(E) = 1$

(C) $P(E) = \frac{1}{2}$ (D) $P(E) = \frac{1}{4}$

20. वलय $\mathbf{Z}_2 \times \mathbf{Z}_4 \times \mathbf{Z}_6$ की अभिलक्षण है :

(A) 2 (B) 4

(C) 6 (D) 12

अथवा

डायनामिक प्रोग्रामिंग प्रोब्लम की आधारभूत विलक्षणता क्या है ?

(I) सोपान पर निर्णय का प्रभाव, वर्तमान अवस्था को अगली सोपान पर तंत्र की अवस्था में रूपान्तरण करना

(II) वर्तमान अवस्था में, शेष सोपानों के लिए, अनुकूलतम निर्णय पूर्व सोपान में लिए गये निर्णय से स्वतंत्र है

(III) इस प्रक्रिया का प्रयोजन अवस्था, परिवर्तनकारों के पूर्ण परिभाषित कार्यों को अनुकूलतमीकरण करना है; वह उद्देश्य-कार्य कहलाता है

(A) (I) और (II) सत्य हैं

(B) (I) और (III) सत्य हैं

(C) (II) और (III) सत्य हैं

(D) (I), (II) और (III) सत्य हैं

21. मान लीजिए कि e-किनारों के साथ $G = (V, E)$ एक निवेशरहित ग्राफ है, तो $\sum_{v \in V} \deg v$ है :

(A) $2e$ (B) e

(C) $3e$ (D) $4e$

अथवा

मान लीजिए $A_1, A_2, \ldots\ldots$ घटनाओं का एक क्रम है और $E = \limsup A_n$ । यदि :

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty$$

तो :

(A) $P(E) = 0$ (B) $P(E) = 1$

(C) $P(E) = \frac{1}{2}$ (D) $P(E) = \frac{1}{4}$

22. In Euler's method for the differential equation :

$$y' = f(x, y)$$

the truncation error is of order :

(A) h (B) h^2

(C) h^3 (D) h^4

Or

Mr. Achin sells 3600 electric motors each year. The cost of these is Rs. 200 each and demand is constant throughout the year. The holding cost is Rs. 20 per unit per year. If Mr. Achin is ordering in lots of 90 units, what is his total order cost per year ?

(A) Rs. 500

(B) Rs. 900

(C) Rs. 1,000

(D) insufficient information to answer the question

23. Let (X, **B**, μ) be a measure space, the function f be integrable over X and $\{X_n\}$ a disjoint countable collection of measurable sets whose union is X. Then :

(A) $\int_X f d\mu = \lim_n \int_{X_n} f d\mu$ (B) $\int_X f d\mu > \lim_n \int_{X_n} f d\mu$

(C) $\int_X f d\mu = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{X_n} f d\mu$ (D) None of these

22. अवकल समीकरण :

$$y' = f(x, y)$$

के लिए आयलर विधि में संक्षेपण त्रुटि किस श्रेणी की है ?

(A) h (B) h^2

(C) h^3 (D) h^4

अथवा

मि. अचिन प्रत्येक वर्ष 3600 विद्युत मोटर विक्रय करते हैं । प्रत्येक का मूल्य 200 रु. है तथा पूरे वर्ष इसकी मांग स्थिर रहती है । यदि मि. अचिन 90 इकाइयों की खेप में आर्डर देते हैं, तो उनका प्रति वर्ष कुल आर्डर मूल्य कितना है :

(A) 500 रु.

(B) 900 रु.

(C) 1,000 रु.

(D) प्रश्न का उत्तर देने के लिए अपर्याप्त सूचना है

23. माना कि (X, **B**, μ) अपवर्तक स्थान हैं, कार्य f, X पर समाकलित है और $\{X_n\}$ मापन योग्य समुच्चय का अलग हुआ गिनने योग्य संकलन है जिसका संयोजन X है, तो :

(A) $\int_X f d\mu = \lim_n \int_{X_n} f d\mu$ (B) $\int_X f d\mu > \lim_n \int_{X_n} f d\mu$

(C) $\int_X f d\mu = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{X_n} f d\mu$ (D) इनमें से कोई नहीं

Or

Consider the linear model :

$$y_1 = \theta_1 + 2\theta_2 - 2\theta_3 + \varepsilon_1$$
$$y_2 = \theta_1 + 3\theta_2 - \theta_3 + \varepsilon_2$$
$$y_3 = \theta_2 + \theta_3 + \varepsilon_3$$

where y_i are observations, θ_i are parameters and e_i are uncorrelated random variables with mean zero and constant variance for $i = 1, 2, 3$. Then which of the following is *true* ?

(A) $2y_1 - y_2 - y_3$ is an unbiased estimator of $\theta_1 - 4\theta_3$

(B) $2y_1 - y_2 - y_3$ is the BLUE of $\theta_1 - 4\theta_3$

(C) $y_2 - 3y_3$ is the BLUE of $\theta_1 - 4\theta_3$

(D) $y_1 - 4y_3$ is an unbiased estimator of $\theta_1 - 4\theta_3$

24. Choose the *correct* relation :

(A) $\nabla = 1 - E^{-1}$ (B) $\nabla = 1 + E^{-1}$

(C) $\nabla = E^{-1} - 1$ (D) $\nabla = -E^{-1} - 1$

Or

Consider the primal problem :

Max $f(x) = 4x_1 - 3x_2$

Subject to $x_1 - x_2 \leq 1$

$$-x_1 + x_2 \leq -2$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

then :

(A) Both the primal and dual problems are infeasible

(B) Both the primal and dual problems are feasible

(C) Primal is infeasible while dual is feasible

(D) Primal is feasible while dual is infeasible

अथवा

रेखीय मॉडल पर विचार कीजिए :

$$y_1 = \theta_1 + 2\theta_2 - 2\theta_3 + \varepsilon_1$$

$$y_2 = \theta_1 + 3\theta_2 - \theta_3 + \varepsilon_2$$

$$y_3 = \theta_2 + \theta_3 + \varepsilon_3$$

जहाँ y_i पर्यवेक्षण है, θ_i पैमाने हैं और e_i सम्बन्धरहित यादृच्छिक चर हैं जिनका माध्य शून्य है और स्थिरांक प्रसरण के लिए $i = 1, 2, 3$ है, तो निम्नलिखित में से कौनसा **सही** है ?

(A) $2y_1 - y_2 - y_3$, $\theta_1 - 4\theta_3$ का निष्पक्ष अनुमानक है

(B) $2y_1 - y_2 - y_3$, $\theta_1 - 4\theta_3$ का BLUE है

(C) $y_2 - 3y_3$, $\theta_1 - 4\theta_3$ का BLUE है

(D) $y_1 - 4y_3$, $\theta_1 - 4\theta_3$ का एक निष्पक्ष अनुमानक है

24. **सही** सम्बन्ध को चुनिए :

(A) $\nabla = 1 - E^{-1}$ (B) $\nabla = 1 + E^{-1}$

(C) $\nabla = E^{-1} - 1$ (D) $\nabla = -E^{-1} - 1$

अथवा

प्राइमल प्रश्न पर विचार कीजिए :

Max $f(x) = 4x_1 - 3x_2$

Subject to $x_1 - x_2 \leq 1$

$$-x_1 + x_2 \leq -2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

तब :

(A) प्राइमल और दोहरा प्रश्न दोनों असंभाव्य हैं

(B) प्राइमल और दोहरा प्रश्न दोनों संभाव्य हैं

(C) प्राइमल असंभाव्य है और दोहरा संभाव्य है

(D) प्राइमल संभाव्य है और दोहरा असंभाव्य है

25. Which of the following statements is *false* ?

(A) A weak Cauchy sequence is bounded

(B) A weak convergent sequence is bounded

(C) A bounded sequence is a weak Cauchy

(D) A reflexive normed space is weakly complete

Or

The regression model of drying time (y) on the amount of varnish used (x) is estimated as :

$$y = 13 - 1.9x + 0.185x^2.$$

The estimated regression model explains that :

(A) for given x, the value of the dependent random variable y is given by the above model

(B) the change in y due to x^2 component is negligible

(C) if the independent variable is increased from x to $x + 1$, then the expected value of y is changed by a quantity $-1.9 + 0.185\ (2x + 1)$

(D) according to the regression model the relationship between x and y is exponential

26. Which of the following is *not* a form of the equation of continuity ?

(A) $\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \left(p\ \vec{q}\right) = 0$

(B) $\frac{\partial p}{\partial t} + p\nabla \cdot \vec{q} + \nabla p . \vec{q} = 0$

(C) $\frac{d}{dt}(\log p) + \nabla \cdot \vec{q} = 0$

(D) $\frac{\partial p}{\partial t} + p\left(\nabla \cdot \vec{q}\right) = 0$

25. निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) एक क्षीण कौची क्रम बंधित है

(B) एक क्षीण अभिसारी क्रम बंधित है

(C) एक बंधित क्रम क्षीण कौची है

(D) एक प्रतिवर्ती नॉर्म्ड स्थान क्षीण रूप में पूर्ण है

अथवा

शुष्क समय (y) का वार्निश पर मात्रा के उपयोग (x) का प्रतिगमन मॉडल ऐसे अवकलित है :

$$y = 13 - 1.9x + 0.185x^2$$

अनुमानित प्रतिगमन मॉडल यह व्याख्या करता है कि :

(A) x के लिए, निर्भर यादृच्छिक चर y का मान उपयुक्त मॉडल द्वारा दिया गया है

(B) x^2 अवयव के कारण y में परिवर्तन नगण्य है

(C) यदि स्वतंत्र चर के x से $x + 1$ तक बढ़ाया जाय तो y का सम्भावित मान $-1.9 + 0.185$ $(2x + 1)$ मात्रा से परिवर्तित होता है

(D) प्रतिगमन मॉडल के अनुसार x और y की बीच सम्बन्ध घातांकी है

26. निम्नलिखित में से कौन अविछिन्नता का रूप **नहीं** है ?

(A) $\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \left(p \, \overrightarrow{q}\right) = 0$

(B) $\frac{\partial p}{\partial t} + p\nabla \cdot \overrightarrow{q} + \nabla p . \overrightarrow{q} = 0$

(C) $\frac{d}{dt}(\log p) + \nabla \cdot \overrightarrow{q} = 0$

(D) $\frac{\partial p}{\partial t} + p\left(\nabla \cdot \overrightarrow{q}\right) = 0$

Or

Consider the Quadratic Programming Problem :

Min. $f(\lambda, X) = \lambda p^T X + \frac{1}{2} X^T C X$

Subject to $AX = b$

$X \geq 0$

The necessary and sufficient conditions for an $X \geq 0$ to be a solution to the problem are that, there exist a U and a $V \geq 0$, such that X, U and V satisfy :

(A) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX + V - A^T U + \lambda p = 0$

(B) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX - V - A^T U + \lambda p = 0$

(C) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX + V - A^T U - \lambda p = 0$

(D) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX - V + A^T U + \lambda p = 0$

अथवा

क्वाड्रैटिक प्रोग्रामिंग प्रोब्लम (प्रश्न) पर विचार कीजिए :

Min. $f(\lambda, X) = \lambda p^T X + \frac{1}{2} X^T C X$

Subject to $AX = b$

$$X \geq 0$$

प्रश्न के समाधान के लिए $X \geq 0$ के लिए जरूरी और पर्याप्त दशाएँ ये हैं कि एक U और एक $V \geq 0$ का अस्तित्व हो, ऐसा हो कि X, U और V संतुष्ट करते हों :

(A) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX + V - A^T U + \lambda p = 0$

(B) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX - V - A^T U + \lambda p = 0$

(C) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX + V - A^T U - \lambda p = 0$

(D) $V^T X = 0$

$AX = b$

$CX - V + A^T U + \lambda p = 0$

27. If ν and μ are measures on (X, **B**), then $\nu = 0$ if :

(A) $\nu \perp \mu$

(B) $\nu << \mu$ and $\nu \perp \mu$

(C) $\nu << \mu$ but ν is not singular to μ

(D) None of the above

Or

The joint probability density function of X and Y is given by :

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

The conditional probability density function of Y given $X = x$ is :

(A) $\frac{2x^2}{y}$ (B) $\frac{2y}{1-x^2}$

(C) $\frac{2y}{x^2}$ (D) $\frac{2x}{1-y^2}$

28. The partial differential equation $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2y \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ has :

(A) two families of real characteristic curves for $y < 0$

(B) no real characteristics for $y > 0$

(C) vertical lines as a family of characteristic curves for $y = 0$

(D) branches of quadratic curves as characteristic for $y \neq 0$

Or

Let T be a random variable denoting the failure time of the system, which follows exponential distribution with parameter, λ, then the system hazard rate is given by :

(A) $e^{-\lambda t}$ (B) $1 - e^{-\lambda t}$

(C) λ (D) $1 - \lambda$

27. यदि $(X, \mathbf{B})$ पर ν और μ अपवर्तक हैं तो $\nu = 0$, यदि :

(A) $\nu \perp \mu$

(B) $\nu << \mu$ और $\nu \perp \mu$

(C) $\nu << \mu$ लेकिन ν, μ के लिए एकल नहीं है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अथवा

X और Y की संयुक्त संभाव्य घनत्व फ़लन ऐसे दिया जाता है :

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{अन्य कहीं} \end{cases}$$

Y का दशायुक्त संभाव्य घनत्व फलन $X = x$ दिया है :

(A) $\frac{2x^2}{y}$ (B) $\frac{2y}{1-x^2}$

(C) $\frac{2y}{x^2}$ (D) $\frac{2x}{1-y^2}$

28. आंशिक अवकल समीकरण $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ में है :

(A) $y < 0$ के लिए वास्तविक लाक्षणिक वक्र के दो परिवार

(B) $y > 0$ के लिए कोई वास्तविक लाक्षणिक नहीं

(C) $y = 0$ के लिए लाक्षणिक वक्र की ऊर्ध्वाधर रेखाएँ एक परिवार के रूप में

(D) $y \neq 0$ के लिए लाक्षणिक के रूप में द्विघात वक्र की शाखाएँ

अथवा

मान लो T, तंत्र के असफल काल को निर्दिष्ट करने वाला एक यादृच्छिक चर, जो पैमाना λ के साथ घातांकी वितरण का अनुसरण करता है तो तंत्र के संयोग की दर किसके द्वारा दी जाती है :

(A) $e^{-\lambda t}$ (B) $1 - e^{-\lambda t}$

(C) λ (D) $1 - \lambda$

29. If X is a compact metric space and $f : X \to X$ is an isometry, then :

(A) $f(X) = X$

(B) $f(X) \subsetneq X$

(C) $f(X) \neq X$

(D) None of these

Or

Let X_1, X_2, X_3, X_4, be a sample from an U[0, 1]. If :

$$X_{(4)} = \max (X_1, X_2, X_3, X_4)$$

then the value of $P(X_{(4)} > 0.2)$ is :

(A) 0.0016

(B) 0.9984

(C) 0.8000

(D) 0.2000

30. Let x and y be vectors in an inner product space, then :

(A) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$

(B) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

(C) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$

(D) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

Or

Consider an item with survivor function $R(t) = \dfrac{1}{(0.4t + 2)^2}$ for $t \geq 0$. Then the mean time to failure for this item is given by :

(A) 3

(B) 1.25

(C) 0.4

(D) 6

31. $\iint\limits_R \sqrt{|y - x|}\, dxdy$, where R = [1, 1; 0, 2] is :

(A) $\dfrac{(3\pi - 8)}{6}$

(B) $\dfrac{(8\pi + 3)}{6}$

(C) $\dfrac{(3\pi + 8)}{6}$

(D) $\dfrac{(8\pi - 3)}{6}$

29. यदि X एक ससंहत दूरिक स्थान है और $f : X \to X$ एक सममितिक है, तब :

(A) $f(X) = X$ (B) $f(X) \subsetneq X$

(C) $f(X) \neq X$ (D) इनमें से कोई नहीं

अथवा

मानलो X_1, X_2, X_3, X_4 एक U[0, 1] से नमूने हैं । यदि $X_{(4)} = \max(X_1, X_2, X_3, X_4)$, तब $P(X_{(4)} > 0.2)$ का मान क्या होगा ?

(A) 0.0016 (B) 0.9984

(C) 0.8000 (D) 0.2000

30. मानलो कि x और y एक आन्तरिक उत्पाद रिक्त स्थान में वेक्टर है, तब :

(A) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$

(B) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

(C) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$

(D) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

अथवा

$t \geq 0$ के लिए एक मद के साथ विद्यमानता फलन $R(t) = \dfrac{1}{(0.4t + 2)^2}$, तब इस मद के लिए माध्य असफलता काल किसके द्वारा दिया गया है ?

(A) 3 (B) 1.25

(C) 0.4 (D) 6

31. $\iint_R \sqrt{|y - x|}\, dxdy$, जहाँ R = [1, 1; 0, 2] हैं :

(A) $\dfrac{(3\pi - 8)}{6}$ (B) $\dfrac{(8\pi + 3)}{6}$

(C) $\dfrac{(3\pi + 8)}{6}$ (D) $\dfrac{(8\pi - 3)}{6}$

Or

If $\underset{\sim}{X}$ is a random p-vector with $V\left(\underset{\sim}{X}\right) = \underset{p\times p}{\sum}$, and if H is any constant matrix of order $q \times p$, then $V\left(H\underset{\sim}{X}\right)$ is given by :

(A) Σ (B) $H\,\Sigma$

(C) $H\,\Sigma\,H'$ (D) $H'\,\Sigma\,H$

32. Which of the following groups is solvable ?

(A) A_5 (B) A_6

(C) A_7 (D) A_4

Or

An M/D/5 system is a system with a :

(A) generic M channel system, exponential arrivals, and constant service time

(B) five channel system, Poisson arrivals and normally distributed service time

(C) five channel system with binomial arrival times and normally distributed service time

(D) five channel system, Poisson arrivals and constant service time

33. If $f(z)$ is defined and continuous in a region D and if $\int_C f\,dz = 0$ for all closed curves C in D, then :

(A) $f(z)$ is bounded in D

(B) $f(z)$ is analytic in D

(C) $f(z)$ is not analytic in D

(D) $f(z)$ is both analytic and bounded in D

अथवा

यदि $\underset{\sim}{X}$, $V\left(\underset{\sim}{X}\right) = \sum_{p \times p}$ के साथ एक यादृच्छिक p वेक्टर है और यदि H, $q \times p$ क्रम का कोई स्थिर मैट्रिक्स है तब $V\left(H\underset{\sim}{X}\right)$ किसके द्वारा दर्शाया जायेगा ?

(A) Σ (B) $H \Sigma$

(C) $H \Sigma H'$ (D) $H' \Sigma H$

32. निम्नलिखित में से कौनसा समूह साधनीय है ?

(A) A_5 (B) A_6

(C) A_7 (D) A_4

अथवा

एक M/D/5 तंत्र, कैसा वाला तंत्र है :

(A) जातीय M मार्ग तंत्र, घातांकी आगमन और स्थिर कार्यकाल

(B) पाँचमार्गीय तंत्र, प्वासों आगमन और सामान्य वितरित कार्यकाल

(C) पाँचमार्गीय तंत्र के साथ द्विनाम आगमन काल और सामान्य वितरित कार्यकाल

(D) पाँचमार्गी तंत्र प्वासों आगमन और स्थिर कार्यकाल

33. यदि $f(z)$ को परिभाषित किया जाय और एक क्षेत्र D में लगातार है और यदि $\int_C f\, dz = 0$, D में सभी बन्द वक्र C हैं, तब

(A) $f(z)$, D में परिबद्ध है

(B) $f(z)$, D में विश्लेषिक है

(C) $f(z)$, D में विश्लेषिक नहीं है

(D) $f(z)$, D में विश्लेषिक और परिबद्ध दोनों है

Or

When information on auxiliary variable is *not* available in full and we still want to involve it in an estimation process, we employ :

(A) two-stage sampling

(B) two-phase sampling

(C) both two-stage and two-phase sampling

(D) neither two-stage nor two-phase sampling

34. Which of the following is *not* a part of the Ferret-Frenet formula ?

(A) $\dot{T} = KN$

(B) $\dot{N} = \tau B - KT$

(C) $\dot{B} = -\tau N$

(D) $\dot{N} = KB - \tau T$

Or

A Markov chain is defined by a transition matrix $T = \begin{bmatrix} 0.31 & 0.75 \\ 0.69 & 0.25 \end{bmatrix}$ and an initial state matrix $S_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. For this Markov chain, S_1 is closest to :

(A) $\begin{bmatrix} 0.614 \\ 0.386 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{25}{48} \\ \frac{23}{48} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.58 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0.31 \\ 0.69 \end{bmatrix}$

अथवा

जब सहायक चर के बारे में पूर्णतः कोई सूचना नहीं मिलती और फिर भी हम इसे आकलन प्रक्रिया में शामिल करना चाहते हैं तब हम क्या प्रयुक्त करते हैं :

(A) द्वि-अवस्था प्रतिदर्शन

(B) द्वि-चरण प्रतिदर्शन

(C) द्वि-अवस्था और द्वि-चरण दोनों प्रतिदर्शन

(D) न तो द्वि-अवस्था और न ही द्वि-चरण प्रतिदर्शन

34. निम्नलिखित में से कौनसा फेरेट-फ्रेनेट सूत्र का भाग **नहीं** है ?

(A) $\dot{T} = KN$

(B) $\dot{N} = \tau B - KT$

(C) $\dot{B} = -\tau N$

(D) $\dot{N} = KB - \tau T$

अथवा

मार्कोव शृंखला को ट्रांजीशन मैट्रिक्स $T = \begin{bmatrix} 0.31 & 0.75 \\ 0.69 & 0.25 \end{bmatrix}$ और एक आरम्भिक अवस्था मैट्रिक्स $S_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ से परिभाषित किया जाता है । मार्कोव शृंखला के लिए S_1 किसके समीप है ?

(A) $\begin{bmatrix} 0.614 \\ 0.386 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} \frac{25}{48} \\ \frac{23}{48} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.58 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 0.31 \\ 0.69 \end{bmatrix}$

35. If f is analytic on a connected open set $D \subset \mathbb{C}$ and f taken only real values, then :

(A) f cannot be a constant function

(B) f is a constant function

(C) f cannot be continuous

(D) None of the above

Or

If the interaction AB and BC are confounded with incomplete blocks in a 2^n factorial experiment, then automatically confounded effect is :

(A) ABC (B) AC

(C) A (D) C

36. Let Green's function $G(x, t)$ be defined for the differential equation :

$$y'' + y = x,\ y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

then :

(A) $G'(x, t)|_{x=t+0} - G'(x, t)|_{x=t-0} = -1$

(B) $G'(x, t)|_{x=t+0} - G'(x, t)|_{x=t-0} = 1$

(C) $G'(0, t)| = 0,\ G\left(\frac{\pi}{2}, t\right) \neq 0$

(D) None of the above

35. यदि f एक जुड़े हुए, खुले समुच्चय $D \subset \mathbb{C}$ पर विश्लेषिक है और f केवल वास्तविक मान लेता है, तब :

(A) f एक स्थिर फलन नहीं हो सकता

(B) f एक स्थिर फलन है

(C) f सतत नहीं हो सकता

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अथवा

यदि पारस्परिक क्रिया कारक AB और BC को एक 2^n क्रमगुणित प्रयोग में अपूर्ण खण्डों के साथ मिल दिया जाता है तो स्वत: मिलन प्रभाव है :

(A) ABC (B) AC

(C) A (D) C

36. मान लीजिए कि ग्रीन फलन $G(x, t)$ को विभेदक समीकरण :

$$y'' + y = x,\ y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

के लिए परिभाषित किया जाय, तब :

(A) $G'(x, t)|_{x=t+0} - G'(x, t)|_{x=t-0} = -1$

(B) $G'(x, t)|_{x=t+0} - G'(x, t)|_{x=t-0} = 1$

(C) $G'(0, t)| = 0,\ G\left(\frac{\pi}{2}, t\right) \neq 0$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Or

The probability that in a sequence of Bernoulli trials, the pattern SFSF appears infinitely often is equal to :

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{2}$

37. In a Sturm-Liouville problem :

$$[r(x)y']' + [q(x) + \lambda p(x)]\, y = 0;$$

$$\alpha y(a) + \beta y'(a) = 0 \text{ and}$$

$$\gamma y(b) + \delta y'(b) = 0$$

which of the following is not true for $x \in [a, b]$?

(A) $r'(x)$ is continuous and $p(x) > 0$

(B) At least two from α, β, γ, δ must be non-zero

(C) At least one from α, β is non-zero and at least one from γ, δ is non-zero

(D) $\int_a^b p(x)\, y_m(x)\, y_n(x)\, dx = 0$, where $y_m(x)$ and $y_n(x)$ are two eigen functions

Or

If in a split plot design with two factors, A in main plots and B in sub-plots at levels p and q respectively and r replications, a replication is rejected, then the main-plot error degrees of freedom will be decreased by :

(A) $r - 1$

(B) $p - 1$

(C) $q - 1$

(D) $r(p - 1)$

अथवा

संभावना है कि बर्नोली परीक्षण में, पैटर्न SFSF अधिकतर अनन्त प्रतीत होता है, वह किसके बराबर है :

(A) 1 (B) 0

(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

37. स्टर्म-लोविली समस्या में :

$$[r(x)y']' + [q(x) + \lambda p(x)]\ y = 0;$$

$$\alpha y(a) + \beta y'(a) = 0 \text{ और}$$

$$\gamma y(b) + \delta y'(b) = 0$$

निम्नलिखित में से कौन $x \in [a, b]$ के लिए सत्य **नहीं** है ?

(A) $r'(x)$ सतत है और $p(x) > 0$

(B) फिर भी दो रूप α, β, γ, δ शून्यरहित होने चाहिए

(C) फिर भी एक रूप α, β शून्यरहित है और फिर भी एक रूप γ, δ शून्यरहित है

(D) $\int_a^b p(x)\ y_m(x)\ y_n(x)\ dx = 0$, जहाँ $y_m(x)$ और $y_n(x)$ दो आइगेन फलन हैं

अथवा

विभाजन प्लाट डिजाइन में दो कारकों A मुख्य प्लाट में और B उप-प्लाट में, के साथ क्रमशः स्तर p और q पर और एक प्रतिकृति अस्वीकार्य है तब मुख्य प्लाट त्रुटि स्वतंत्रता की डिग्री कितने से घटेगी ?

(A) $r - 1$ (B) $p - 1$

(C) $q - 1$ (D) $r(p - 1)$

38. How many injective functions are there from the set of 3 elements to the set of 5 elements ?

(A) 60 (B) 54

(C) 56 (D) 66

Or

In a queuing system, the manner in which customers receive their service, such as FCFS, is called the :

(A) queue discipline (B) channel

(C) steady state (D) operating characteristic

39. Let f be a bounded function on $[a, b]$. Then f is Riemann integrable on $[a, b]$ if and only if the set of points of discontinuity of f has :

(A) finite measure. (B) infinite measure

(C) measure zero (D) none of these

Or

If $\underset{\sim}{X} \sim N_p\left(\underset{\sim}{0}, \Sigma\right)$ and if $\underset{\sim}{X}$ and Σ are partitioned as :

$$\underset{p\times 1}{\underset{\sim}{X}} = \begin{pmatrix} \underset{\sim}{X}^{(1)}_{k\times 1} \\ \underset{\sim}{X}^{(2)}_{p-k\times 1} \end{pmatrix}, \quad \underset{p\times p}{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_{11}_{k\times k} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

then the conditional distribution of $\underset{\sim}{X}^{(1)}$ can be given $\underset{\sim}{X}^{(2)} = \underset{\sim}{X}^{(2)}$ is :

(A) $N_k\left(\underset{\sim}{\mu}^{(1)} + \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\left(\underset{\sim}{x}^{(2)} - \underset{\sim}{\mu}^{(2)}\right), \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}\right)$

(B) $N_{p-k}\left(\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}\,\underset{\sim}{x}^{(1)}, \Sigma_{22} - \Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}\,\Sigma_{12}\right)$

(C) $N_k\left(\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\underset{\sim}{x}^{(2)}, \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}\right)$

(D) None of the above

38. तीन तत्वों के समुच्चय से 5 तत्वों के समुच्चय को कितने निवेशित फलन होंगे ?

(A) 60 (B) 54

(C) 56 (D) 66

अथवा

पंक्तिगत तंत्र में उपभोगी को प्राप्त होने वाली उनकी सेवाओं की प्रणाली, जैसे कि FCFS क्या कहलाती है :

(A) पंक्ति अनुशासन (B) मार्ग (चैनल)

(C) स्थिर अवस्था (D) प्रचालन विलक्षणता

39. मान लीजिए कि f, $[a, b]$ पर एक परिबद्ध फलन है तब a, b पर रीमान समाकलन f है, यदि और केवल यदि f की असतता के बिन्दुओं का समुच्चय रखता है :

(A) परिमित मापन (B) अपरिमित मापन

(C) मापन शून्य (D) इनमें से कोई नहीं

अथवा

यदि $\underset{\sim}{X} \sim N_p\left(\underset{\sim}{0}, \Sigma\right)$ और यदि $\underset{\sim}{X}$ और Σ और ऐसे विभाजित है :

$$\underset{p\times 1}{\underset{\sim}{X}} = \begin{pmatrix} \underset{k\times 1}{\underset{\sim}{X}^{(1)}} \\ \underset{p-k\times 1}{\underset{\sim}{X}^{(2)}} \end{pmatrix}, \quad \underset{p\times p}{\Sigma} = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

तब $\underset{\sim}{X}^{(1)}$ का सप्रतिबंध बंटन को $\underset{\sim}{X}^{(2)} = \underset{\sim}{X}^{(2)}$ दिया जा सकता है :

(A) $N_k\left(\underset{\sim}{\mu}^{(1)} + \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\left(\underset{\sim}{x}^{(2)} - \underset{\sim}{\mu}^{(2)}\right), \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}\right)$

(B) $N_{p-k}\left(\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}\,\underset{\sim}{x}^{(1)}, \Sigma_{22} - \Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}\,\Sigma_{12}\right)$

(C) $N_k\left(\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\underset{\sim}{x}^{(2)}, \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}\,\Sigma_{21}\right)$

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

40. Which of the following statements is *true* ?

(A) A region is simple connected if its complement with respect to the extended plane is not connected

(B) A region is simple connected if its complement with respect to the extended plane is connected

(C) A region D is simple connected if and only if $n(r, a) \neq 0$, for all cycles r in D and all points 'a' which do not belong to D

(D) None of the above

Or

Let 'p' be the incoming quality of the lot i.e. number of defectives in the lot of size 'N', and 'n' be the sample size. Also let L(p) denote the probability of acceptance of the lot of quality 'p' on the basis of sampling inspection. Then, average amount of Total Inspection (ATI) for an acceptance rectification single sampling plan is :

(A) $n + (N - n)\ L(p)$

(B) $n + (N - n)\ [1 - L(p)]$

(C) $N - (N - n)\ L(p)$

(D) $N - (N - n)\ [1 - L(p)]$

41. Let F be a field, then which of the following is *not correct* ?

(A) F is a Euclidean domain

(B) F is a principal ideal domain

(C) F is a unique factorization domain

(D) F is not unique factorization domain

40. निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) एक क्षेत्र सामान्य रूप में जुड़ा होता है यदि विस्तारित तल के संदर्भ में इसका पूरक जुड़ा नहीं है

(B) एक क्षेत्र सामान्य रूप में जुड़ा होता है यदि विस्तारित तल के संदर्भ में इसका पूरक जुड़ा है

(C) एक क्षेत्र सामान्य रूप से जुड़ा है यदि और केवल $n(r, a) \neq 0$, D में सभी चक्रों r के लिए और सभी बिन्दु 'a' जो D से सम्बन्धित नहीं है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अथवा

मान लीजिए कि p एक समुच्चय का आता हुआ गुण है, वह है : 'N' आमाप के समुच्चय में त्रुटिगतों की संख्या और 'n' नमूना आमाप हैं । $L(p)$ प्रतिदर्शन अवलोकन के आधार पर गुण p की खेप के स्वीकार्य संभाव्य को भी प्रतिदर्शित करता हुआ मान लीजिए । तब स्वीकार्य परिशोधन एकल प्रतिदर्शन योजना के लिए कुल अवलोकन (ATI) की औसत मात्रा है :

(A) $n + (N - n)\, L(p)$ (B) $n + (N - n)\, [1 - L(p)]$

(C) $N - (N - n)\, L(p)$ (D) $N - (N - n)\, [1 - L(p)]$

41. मान लीजिए F एक क्षेत्र है, तब निम्नलिखित में से कौन **सत्य नहीं** है ?

(A) F एक यूक्लिडियन प्रभाव क्षेत्र है

(B) F एक मुख्य आदर्श प्रभाव क्षेत्र है

(C) F एक विलक्षण गुणनखण्ड प्रभाव क्षेत्र है

(D) F एक विलक्षण गुणनखण्ड प्रभाव क्षेत्र नहीं है

Or

Let $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, \ldots\ldots, X_p)'$, $\underset{\sim}{\mu} = E\left(\underset{\sim}{X}\right)$ and $\Sigma = V\left(\underset{\sim}{X}\right)$. Let $\underset{\sim}{X}$, $\underset{\sim}{\mu}$ and Σ be partitioned as :

$$\underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} \underset{k\times 1}{X^{(1)}} \\ \underset{\sim}{X^{(2)}} \end{pmatrix}, \quad \underset{\sim}{\mu} = \begin{pmatrix} \underset{k\times 1}{\mu^{(1)}} \\ \underset{\sim}{\mu^{(2)}} \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

For what choice of the matrix M, the components of the vector $\underset{\sim}{X^{(1)}} + M\underset{\sim}{X^{(2)}}$ are uncorrelated with the components of the vector $\underset{\sim}{X^{(2)}}$?

(A) $\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}$

(B) $\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}$

(C) $-\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}$

(D) $-\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}$

42. Let μ, ν and λ and σ-finite measures on the measurable space $(X, \mathbf{B})$. If $\nu << \mu$ and $\mu << \nu$, then :

(A) $\dfrac{d\nu}{d\mu} \cdot \dfrac{d\mu}{d\nu} = 1\ a.e(\mu)$

(B) $\dfrac{d\nu}{d\mu} \cdot \dfrac{d\mu}{d\nu} = 0\ a.e(\mu)$

(C) $\dfrac{d\nu}{d\mu} \cdot \dfrac{d\mu}{d\nu} > 0\ a.e(\mu)$

(D) None of these

Or

A squence of i.i.d. random variables $\{X_K\}$ is said to follow weak law of large numbers if :

(A) $E(X_K) < \infty$

(B) $E(X_K) = \infty$

(C) $\text{Var}(X_K) = \infty$

(D) None of these

अथवा

मान लीजिए $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, \ldots\ldots, X_p)'$, $\underset{\sim}{\mu} = E\left(\underset{\sim}{X}\right)$ और $\Sigma = V\left(\underset{\sim}{X}\right)$ । मानलो $\underset{\sim}{X}$, $\underset{\sim}{\mu}$ और Σ के इस प्रकार विभाजित किया :

$$\underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} \underset{k\times 1}{X^{(1)}} \\ \underset{\sim}{X^{(2)}} \end{pmatrix}, \quad \underset{\sim}{\mu} = \begin{pmatrix} \underset{k\times 1}{\mu^{(1)}} \\ \underset{\sim}{\mu^{(2)}} \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$$

मैट्रिक्स के किस चयन के लिए, वेक्टर $\underset{\sim}{X}^{(1)} + M\underset{\sim}{X}^{(2)}$ के अवयव, वेक्टर $\underset{\sim}{X}^{(2)}$ के अवयवों के साथ सम्बन्धहीन है :

(A) $\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}$ (B) $\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}$

(C) $-\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}$ (D) $-\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}$

42. मान लीजिए μ, ν और λ मापनयोग्य स्थान $(X, \mathbf{B})$ पर σ-परिमित है, यदि $\nu << \mu$ और $\mu << \nu$, तब :

(A) $\frac{d\nu}{d\mu} \cdot \frac{d\mu}{d\nu} = 1\ a.e(\mu)$ (B) $\frac{d\nu}{d\mu} \cdot \frac{d\mu}{d\nu} = 0\ a.e(\mu)$

(C) $\frac{d\nu}{d\mu} \cdot \frac{d\mu}{d\nu} > 0\ a.e(\mu)$ (D) इनमें से कोई नहीं

अथवा

i.i.d. यादृच्छिक चर $\{X_K\}$ के क्रम को अधिक संख्या का क्षीण नियम अनुसरण करने वाला कहा जाता है, यदि :

(A) $E(X_K) < \infty$ (B) $E(X_K) = \infty$

(C) $Var(X_K) = \infty$ (D) इनमें से कोई नहीं

43. The extremum value of the function $\int_0^1 \left(y'^2 + 12xy\right)dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ is obtained on the curve :

(A) $y = x$

(B) $y = x^2$

(C) $y = x^3$

(D) $y = \frac{x}{2}$

Or

If $\underset{\sim}{X} \sim N_p\left(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma\right)$, then the distribution of $\underset{\sim}{X}' \Sigma^{-1} \underset{\sim}{X}$ is :

(A) Univariate normal

(B) Bivariate normal

(C) Non-central χ^2

(D) Central χ^2

44. The streamlines of a flow $u = x$, $v = -y$ are given by :

(A) $xy = c_1$ and $z = c_2$

(B) $xz = c_1$ and $y = c_2$

(C) $x = c_1$ and $y = c_2$

(D) $\frac{x}{y} = c_1$ and $z = c_2$

Or

A sequence of i.i.d. random variables $\{X_K\}$ obeys the strong law of large numbers if :

(A) $\text{Var}(X_K) < \infty$

(B) $\text{Var}(X_K) = \infty$

(C) $E(X_K) < \infty$

(D) None of these

43. वक्र पर फलन $\int_0^1 \left(y'^2 + 12xy\right)dx$, $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ का फलन प्राप्त है :

(A) $y = x$ (B) $y = x^2$

(C) $y = x^3$ (D) $y = \frac{x}{2}$

अथवा

यदि $\underset{\sim}{X} \sim N_p\left(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma\right)$ तब $\underset{\sim}{X}' \Sigma^{-1} \underset{\sim}{X}$ का वितरण है:

(A) एकविचर सामान्य (B) द्विविचर सामान्य

(C) अकेन्द्रीय χ^2 (D) केन्द्रीय χ^2

44. एक प्रवाह $u = x$, $v = -y$ की धारा रेखाएँ कैसे दी जाती हैं ?

(A) $xy = c_1$ तथा $z = c_2$ (B) $xz = c_1$ तथा $y = c_2$

(C) $x = c_1$ तथा $y = c_2$ (D) $\frac{x}{y} = c_1$ तथा $z = c_2$

अथवा

i.i.d. यादृच्छिक चर $\{X_K\}$ का एक क्रम अधिक संख्या के मजबूत नियम को मानता है, यदि :

(A) $\text{Var}(X_K) < \infty$ (B) $\text{Var}(X_K) = \infty$

(C) $E(X_K) < \infty$ (D) इनमें से कोई नहीं

45. Let X and Y be homeomorphic topological spaces. Then the following statement is *false* :

(A) If X is connected, then Y is connected

(B) If X is Hausdorff, then Y is Hausdorff

(C) If X is compact, then Y is compact

(D) None of the above

Or

Which one of the families of densities of distributions N(μ, 1) beta (one parameter fixed), gamma (one parameter fixed) and U[0, θ], which is not an exponential family, but an Monotone Likelihood Ratio (MLR) property :

(A) N(μ, 1)

(B) beta (one parameter fixed)

(C) gamma (one parameter fixed)

(D) U[0, θ]

46. Hamilton canonical equations of motion for a conservative system are :

(A) $\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ and $-\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

(B) $-\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ and $\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

(C) $\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ and $\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

(D) $-\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ and $-\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

45. मान लीजिए X और Y होमियोमॉर्फिक सांस्थितिक समष्टि है । तब निम्नलिखित कथन **असत्य** है :

(A) यदि X जुड़ा है तो Y जुड़ा है

(B) यदि X हौसडौर्फ है तो Y हौसडौर्फ है

(C) यदि X सुसंहत है तो Y सुसंहत है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अथवा

निम्नलिखित में से कौनसे वितरण $N(\mu, 1)$ बीटा (एक प्राचल नियत), गामा (एक प्राचल नियत) और $U[0, \theta]$ के घनत्व का परिवार, जो कि एक घातांकी परिवार नहीं है, लेकिन एक मोनोटोन लाइकलीहुड अनुपात (MLR) गुणधर्म है :

(A) $N(\mu, 1)$ (B) बीटा (एक प्राचल नियत)

(C) गामा (एक प्राचल नियत) (D) $U[0, \theta]$

46. संरक्षित तंत्र के लिए गति के लिए हैमिल्टन कैनोनिकल समीकरण है :

(A) $\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ तथा $-\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

(B) $-\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ तथा $\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

(C) $\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ तथा $\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

(D) $-\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$ तथा $-\frac{dp_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial q_i}$

Or

Match List I with List II and select the *correct* answer using the codes given below the lists :

List I	**List II**
(*a*) Square-root transformation	(1) Normal population
(*b*) $\sin^{-1}$ transformation of the square root	(2) Correlation coefficient
(*c*) Transformation of the sample variance	(3) Poisson variate
(*d*) $\tanh^{-1}$ transformation	(4) Binomial proportion

Codes :

	(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)
(A)	(3)	(4)	(1)	(2)
(B)	(3)	(1)	(4)	(2)
(C)	(2)	(4)	(1)	(3)
(D)	(2)	(1)	(3)	(4)

47. Which of the following statements is *true* ?

(A) An analytic function is bounded in the neighbourhood of a isolated singularity

(B) An analytic function cannot be bounded in the neighbourhood of an isolated singularity

(C) An analytic function can be both bdd and continuous in the neighbourhood of an isolated singularity

(D) None of the above statements

अथवा

सूची I को सूची II से सुमेलित कीजिए और सूची में से निम्नलिखित कूटों का प्रयोग कर **सही** उत्तर चुनिए :

सूची I	**सूची II**
(*a*) वर्गमूल रूपान्तरण	(1) सामान्य जनसंख्या
(*b*) वर्गमूल का $\sin^{-1}$ रूपान्तरण	(2) सहसम्बन्ध गुणांक
(*c*) नमूना असंगति का रूपान्तरण	(3) प्वासों विचर
(*d*) $\tanh^{-1}$ रूपान्तरण	(4) द्विपद समानुपात

कूट :

	(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)
(A)	(3)	(4)	(1)	(2)
(B)	(3)	(1)	(4)	(2)
(C)	(2)	(4)	(1)	(3)
(D)	(2)	(1)	(3)	(4)

47. निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सही** है ?

(A) एक विश्लेषिक फलन एक पृथक्कृत एकलता के नजदीकी में परिबद्ध है

(B) एक विश्लेषिक फलन एक पृथक्कृत एकलता के नजदीक में परिबद्ध नहीं हो सकता

(C) एक विश्लेषिक फलन एक पृथक्कृत एकलता में परिबद्ध और सतत नहीं हो सकता

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Or

A regression estimator is more efficient than a simple mean if :

(A) Y and X are independent

(B) Y and X have any kind of linear relationship

(C) Y and X are positively correlated

(D) Y and X are negatively correlated

48. Let E_1 and E_2 be subsets of normed space X and

$$E_1 + E_2 = \{x + y : x \in E_1 \text{ and } y \in E_2\}$$

Then which of the following statements is *false* ?

(A) E_1 or E_2 is open $\Rightarrow$ $E_1 + E_2$ is open

(B) E_1 and E_2 are compact $\Rightarrow$ $E_1 + E_2$ is compact

(C) E_1 is compact and E_2 is closed $\Rightarrow$ $E_1 + E_2$ is closed

(D) E_1 and E_2 are closed $\Rightarrow$ $E_1 + E_2$ is closed

Or

Let $\underset{\sim}{X}_\alpha (\alpha = 1, 2, ..., N)$ be N independent observations from $N_p\left(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma\right)$, $\underset{\sim}{\bar{X}} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha$, and let $\hat{\Sigma}$ be the M.L. estimator of Σ. Then which one of the following statements is *true* ?

(A) $\hat{\Sigma}$ is an unbiased estimator of Σ

(B) $\frac{\hat{\Sigma}}{N-1}$ is an unbiased estimator of Σ

(C) $\hat{\Sigma}$ and $\sum_{\alpha=1}^{N} \left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\bar{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\bar{X}}\right)'$ are independently distributed

(D) $\underset{\sim}{\bar{X}}$ and $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\bar{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\bar{X}}\right)'$ are independently distributed

अथवा

प्रतिगमन आकलक किसके सामान्य माध्य से अपेक्षाकृत अधिक कुशल होते हैं, यदि :

(A) Y और X स्वतंत्र हैं

(B) Y और X में किसी प्रकार का रेखीय सम्बन्ध है

(C) Y और X धनात्मक रूप से सम्बन्धित हैं

(D) Y और X ऋणात्मक रूप से सम्बन्धित हैं

48. मान लीजिए E_1 और E_2 नॉर्म्ड स्थान X के उपसमुच्चय हैं और

$$E_1 + E_2 = \{x + y : x \in E_1 \text{ तथा } y \in E_2\}$$

तब निम्नलिखित में से कौनसा कथन **असत्य** है ?

(A) E_1 या E_2 खुला है $\Rightarrow E_1 + E_2$ खुला है

(B) E_1 और E_2 सुसंहत हैं $\Rightarrow E_1 + E_2$ सुसंहत है

(C) E_1 सुसंहत और E_2 बन्द है $\Rightarrow E_1 + E_2$ बन्द है

(D) E_1 और E_2 बन्द हैं $\Rightarrow E_1 + E_2$ बन्द है

अथवा

मान लीजिए $\underset{\sim}{X}_\alpha (\alpha = 1, 2, ..., N)$, $N_p\left(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma\right)$, $\bar{\underset{\sim}{X}} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha$ से N स्वतंत्र पर्यवेक्षण है और $\hat{\Sigma}$, Σ का M.L. आकलक है तो निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) $\hat{\Sigma}$, Σ का एक निष्पक्ष आकलक है

(B) $\frac{\hat{\Sigma}}{N-1}$, Σ का एक निष्पक्ष आकलक है

(C) $\hat{\Sigma}$ और $\sum_{\alpha=1}^{N} \left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \bar{\underset{\sim}{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \bar{\underset{\sim}{X}}\right)'$ स्वतंत्र रूप में वितरित हैं

(D) $\bar{\underset{\sim}{X}}$ और $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \bar{\underset{\sim}{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \bar{\underset{\sim}{X}}\right)'$ स्वतंत्र रूप में वितरित हैं

49. The inverse Laplace transform of $e^{2t} \cos 3t$ is :

(A) $\frac{s+2}{(s+2)^2 + 9}$

(B) $\frac{s+2}{(s+2)^2 - 9}$

(C) $\frac{s-2}{(s-2)^2 + 9}$

(D) $\frac{s-2}{(s-2)^2 - 9}$

Or

Let $\underset{\sim}{X}_\alpha (\alpha = 1, 2, ..., N)$ be N independent observations from $N_p\left(\underset{\sim}{\mu}_0, \Sigma\right)$, $\underset{\sim}{\mu}_0$ being known, and let $\bar{\underset{\sim}{X}} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha$. Then the maximum likelihood estimator of Σ is :

(A) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \bar{\underset{\sim}{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \bar{\underset{\sim}{X}}\right)'$

(B) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha \underset{\sim}{X}'_\alpha$

(C) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)'$

(D) $\frac{1}{N-1}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)'$

50. Let V be an inner product space and T be a normal operator on V. Then which of the following statement is *false* ?

(A) $\|T(x)\| = \|T^*(x)\|$

(B) $T - 2I$ is a normal operator

(C) If x is an eigen vector of T, then x is an eigen vector of T^*

(D) None of the above

49. $e^{2t} \cos 3t$ का प्रतिलोम लाप्लास रूपान्तरण कौनसा है ?

(A) $\frac{s+2}{(s+2)^2 + 9}$

(B) $\frac{s+2}{(s+2)^2 - 9}$

(C) $\frac{s-2}{(s-2)^2 + 9}$

(D) $\frac{s-2}{(s-2)^2 - 9}$

अथवा

मान लीजिए $\underset{\sim}{X}_\alpha (\alpha = 1, 2, ..., N)$, $N_p\left(\underset{\sim}{\mu}_0, \Sigma\right)$, से N स्वतंत्र पर्यवेक्षण है, $\underset{\sim}{\mu}_0$ ज्ञात है, और मान लीजिए $\underset{\sim}{\bar{X}} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha$ तो Σ का अधिकतम संभावनीय आकलक है :

(A) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\bar{X}}\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\bar{X}}\right)'$

(B) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha \underset{\sim}{X}'_\alpha$

(C) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)'$

(D) $\frac{1}{N-1}\sum_{\alpha=1}^{N}\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)\left(\underset{\sim}{X}_\alpha - \underset{\sim}{\mu}_0\right)'$

50. मान लीजिए कि V एक आन्तरिक उत्पाद रिक्त स्थान है और T, V पर एक सामान्य प्रचालक है, तब निम्नलिखित में से कौनसा कथन **असत्य** है ?

(A) $\|T(x)\| = \|T^*(x)\|$

(B) $T - 2I$ एक सामान्य प्रचालक है

(C) यदि x, T का एक आइगेन वेक्टर तो x, T^* का एक आइगेन वेक्टर है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Or

If $A \sim W_p(n, \Sigma)$, then the distribution of the matrix $G = PAP'$, where P is $k \times p$ matrix of rank $k(\leq p)$, is :

(A) $W_k(n, P' \Sigma P)$

(B) $W_p(n - k, P' \Sigma P)$

(C) $W_k(n - p, \Sigma)$

(D) $W_k(n, P \Sigma P')$

51. If V is an inner product space, then

$$|\langle x, y \rangle| = \|x\| \cdot \|y\|$$

if and only if :

(A) x is orthogonal to y

(B) x is a multiple of y or y is a multiple of x

(C) x and y are linearly independent

(D) both x and y are zero

Or

If the case of sampling with varying probabilities of selection and with replacement, an unbiased estimator t_n for population mean $\bar{Y}_N$ is :

(A) $t_n = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} y_i p_i$

(B) $t_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{N p_i}$

(C) $t_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{p_i}$

(D) $t_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i p_i}{N}$

52. The number of characteristic curves of the PDE :

$$(x^2 + 2y)\, u_{xx} + (y^3 - y + x)\, u_{yy} + x^2(y - 1)\, u_{xy} + 2u_x - u = 0$$

passing through the point $x = 1$, $y = 1$ is :

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

अथवा

यदि $A \sim W_p(n, \Sigma)$, तब मैट्रिक $G = PAP'$ का वितरण, जहाँ p रैंक $k(\leq p)$ का $k \times p$ मैट्रिक्स है :

(A) $W_k(n, P' \Sigma P)$ (B) $W_p(n - k, P' \Sigma P)$

(C) $W_k(n - p, \Sigma)$ (D) $W_k(n, P \Sigma P')$

51. यदि V एक आन्तरिक उत्पाद रिक्त स्थान है तब :

$$|\langle x, y \rangle| = \|x\| \cdot \|y\|$$

यदि और केवल यदि :

(A) x, y के लम्बकोणीय है

(B) x, y का गुणज है या y, x का गुणज है

(C) x और y रेखित स्वतंत्र हैं

(D) x और y दोनों शून्य हैं

अथवा

चयन की विभिन्न सम्भाव्यों के साथ और प्रतिस्थापन के साथ प्रतिदर्शन के मामले में, जनसंख्या माध्य $\bar{Y}_N$ के लिए एक निष्पक्ष आकलक t_n कौनसा है :

(A) $t_n = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} y_i p_i$ (B) $t_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{N p_i}$

(C) $t_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{p_i}$ (D) $t_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i p_i}{N}$

52. PDE के अभिलक्षण वक्रों की संख्या :

$$(x^2 + 2y)\, u_{xx} + (y^3 - y + x)\, u_{yy} + x^2(y - 1)\, u_{xy} + 2u_x - u = 0$$

बिन्दु $x = 1, y = 1$ से होकर कितनी है :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

Or

If $X_1, X_2, \ldots, X_k$ is a random sample of size k from the geometric distribution with parameter p, then $\min(X_1, X_2, \ldots, X_k)$ is distributed geometrically with parameter :

(A) $1 - p^k$

(B) p^k

(C) $1 - (1 - p)^k$

(D) $(1 - p)^k$

53. Generalized coordinates :

(A) depend on each other

(B) are independent of each other

(C) are necessarily spherical coordinates

(D) are necessarily Cartesian coordinates

Or

A population is divided into clusters and it has been found that all items, within a cluster are alike. Which of the following sampling procedures would you adopt ?

(A) Simple random sampling

(B) Stratified sampling

(C) Cluster sampling

(D) Systematic sampling

54. The number of elements of order 5 in the symmetric group S_5 is :

(A) 5

(B) 12

(C) 20

(D) 24

अथवा

यदि $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_k$ मानक p के साथ त्रिकोणमितीय वितरण से आमाप k एक यादृच्छिक नमूना है तब $\min(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_k)$ किस मानक के साथ त्रिकोणमितीय से वितरित है :

(A) $1 - p^k$ (B) p^k

(C) $1 - (1 - p)^k$ (D) $(1 - p)^k$

53. सामान्यकृत निर्देशांक :

(A) एक दूसरे पर निर्भर हैं

(B) एक दूसरे से स्वतंत्र हैं

(C) जरूरी गोलीय निर्देशांक हैं

(D) जरूरी कार्टेसियन निर्देशांक हैं

अथवा

एक जनसंख्या झुंडों में विभाजित है और यह पाया गया कि एक झुंड के सभी मद एकसमान हैं । निम्नलिखित में से आप कौनसी प्रतिदर्शन विधि प्रयुक्त करना चाहेंगे ?

(A) सामान्य यादृच्छिक प्रतिदर्शन (B) संस्तरित प्रतिदर्शन

(C) झुंड प्रतिदर्शन (D) सुव्यवस्थित प्रतिदर्शन

54. सममित समूह S_5 में क्रम 5 के तत्वों की संख्या है :

(A) 5 (B) 12

(C) 20 (D) 24

Or

If $\underset{p\times p}{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ {\scriptstyle k\times k} & \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \sim W_p(n, \Sigma)$, where $\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ {\scriptstyle k\times k} & \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$

then the distribution of $A_{11.2} = A_{11} - A_{12}\ A_{22}^{-1}\ A_{21}$ is :

(A) $W_{p-k}(n - k, \Sigma_{11.2})$

(B) $W_p(n, \Sigma_{11.2})$

(C) $W_p(n - p + k, \Sigma_{11.2})$

(D) $W_k(n - p + k, \Sigma_{11.2})$

where $\Sigma_{11.2} = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\ \Sigma_{22}^{-1}\ \Sigma_{21}$.

55. Geodesics on a plane are :

(A) Parabola

(B) Straight line

(C) Ellipse

(D) Cycloid

Or

Let $Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_n$ be a random sample from a $U(-0, \theta)$. Let $Y_{(1)} = \min_i Y_i$, $Y_{(n)} = \max_i Y_i$. Then the maximum likelihood estimator of θ is :

(A) $Y_{(1)}$

(B) $\max(-Y_{(1)}, Y_{(n)})$

(C) $Y_{(n)}$

(D) $\dfrac{Y_{(1)} + Y_{(n)}}{2}$

56. The initial value problem $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{|y|}$, $y(0) = 0$:

(A) has a unique solution

(B) does not have any solution

(C) has more than one solution

(D) None of these

अथवा

यदि $\underset{p\times p}{A} = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{A_{11}} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \sim W_p(n, \Sigma)$ जहाँ $\Sigma = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$

तब $A_{11.2} = A_{11} - A_{12}\ A_{22}^{-1}\ A_{21}$ का वितरण है :

(A) $W_{p-k}(n - k, \Sigma_{11.2})$

(B) $W_p(n, \Sigma_{11.2})$

(C) $W_p(n - p + k, \Sigma_{11.2})$

(D) $W_k(n - p + k, \Sigma_{11.2})$

जहाँ $\Sigma_{11.2} = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}\ \Sigma_{22}^{-1}\ \Sigma_{21}$.

55. समतल पर गोडोसिक्स क्या है :

(A) परवलय

(B) सीधी रेखा

(C) दीर्घ वृत्त

(D) चक्राभ

अथवा

माना $Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_n, U(-0, \theta)$ से एक यादृच्छिक नमूना है । मान लीजिए $Y_{(1)} = \min_i Y_i$, $Y_{(n)} = \max_i Y_i$. तब θ का अधिकतम संभावनीय आकलक क्या है ?

(A) $Y_{(1)}$

(B) $\max(-Y_{(1)}, Y_{(n)})$

(C) $Y_{(n)}$

(D) $\dfrac{Y_{(1)} + Y_{(n)}}{2}$

56. आरम्भिक मान प्रश्न $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{|y|}$, $y(0) = 0$:

(A) का एक विलक्षण समाधान है

(B) का कोई समाधान नहीं है

(C) के एक से अधिक समाधान है

(D) इनमें से कोई नहीं

Or

A bakery sells cake by its weight in kilograms. It makes a profit of Rs. 50 on every kilogram sold on the day it is baked. It disposes of all the cake not sold on the day it is baked, at a loss of Rs. 12 per kilogram. If the demand is known to be rectangular between 200 and 300 kilograms, then the optimal daily amount baked is :

(A) 200 (B) 230.65

(C) 280.65 (D) 300

57. If $A \subseteq \mathbf{R}$ is a non-empty connected set of real numbers and if every element of A is rational, then which of the following statements is *true* :

(A) A has exactly two elements

(B) A has only one element

(C) A is an infinite set

(D) A is a finite set having more than one element

Or

The probability of living of a person in the age group x to $x + n$, in the context of an abridged life table, can be obtained by the formula :

(A) $\frac{l_x}{l_{x+n}}$ (B) $\frac{l_{x+n}}{l_x}$

(C) $\frac{(l_x - l_{x+n})}{l_x}$ (D) $\frac{(l_x - l_{x+n})}{l_{x+n}}$

अथवा

एक बेकरी केक को इसके किलोग्राम भार द्वारा बेचती है । यह वह सेके जाने वाले दिन पर प्रति किलोग्राम विक्रय पर 50 रु. का लाभ बनाता है । वह उन केक को समाप्त करता है जो उस दिन सेकने पर विक्रय नहीं हुए और उसे प्रति किलोग्राम 12 रु. की हानि होती है । यदि माँग 200 और 300 किलोग्राम के बीच आयताकार के रूप में ज्ञात है तो प्रतिदिन की सेकने की वैकल्पिक मात्रा क्या है ?

(A) 200

(B) 230.65

(C) 280.65

(D) 300

57. यदि $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{R}$ वास्तविक संख्याओं का एक रिक्तहीन जुड़ा समुच्चय है और यदि A का प्रत्येक तत्व परिमेय है, तब निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है :

(A) A में सटीक दो तत्व हैं

(B) A में केवल एक तत्व है

(C) A एक अपरिमित समुच्चय है

(D) A एक से अधिक तत्व वाला एक परिमित समुच्चय है

अथवा

एक व्यक्ति के जीवन की संभावना को, x से $x + n$ आयु समूह में एक संक्षेप जीवन तालिका के संदर्भ में, किस सूत्र द्वारा प्राप्त किया जा सकता है :

(A) $\frac{l_x}{l_{x+n}}$

(B) $\frac{l_{x+n}}{l_x}$

(C) $\frac{(l_x - l_{x+n})}{l_x}$

(D) $\frac{(l_x - l_{x+n})}{l_{x+n}}$

58. Let f and g be step functions defined on $[a, b]$ such that $f(x) = g(x)$ for all but a finite number of $x \in [a, b]$. Then which of the following statements is *true* ?

(A) $\int_a^b f(x)\,dx > \int_a^b g(x)\,dx$ (B) $\int_a^b f(x)\,dx < \int_a^b g(x)\,dx$

(C) $\int_a^b f(x)\,dx \neq \int_a^b g(x)\,dx$ (D) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b g(x)\,dx$

Or

The univariate analogue of Wishart distribution is :

(A) Normal distribution (B) Exponential distribution

(C) t-distribution (D) χ^2-distribution

59. Consider the following statements :

(1) The family of Poisson pmf's with parameter λ is a one-parameter exponential family

(2) The family of binomial pmf's with parameter p is a one-parameter exponential family

(3) The family of densities of uniform distribution on $[0, \theta]$ is a one-parameter exponential family

Of these statements :

(A) Only (1) and (2) are correct (B) Only (1) and (3) are correct

(C) Only (2) and (3) are correct (D) All (1), (2) and (3) are correct

58. मान लीजिए f और g, $[a, b]$ पर परिभाषित सोपानी फलन इस प्रकार है कि $f(x) = g(x)$ सभी के लिए, लेकिन $x \in [a, b]$ की एक परिमित संख्या, तब निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) $\int_a^b f(x)\,dx > \int_a^b g(x)\,dx$

(B) $\int_a^b f(x)\,dx < \int_a^b g(x)\,dx$

(C) $\int_a^b f(x)\,dx \neq \int_a^b g(x)\,dx$

(D) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b g(x)\,dx$

अथवा

विशार्ट वितरण का एक विचर तुल्य रूप क्या है ?

(A) सामान्य (नार्मल) वितरण

(B) घातांकी वितरण

(C) t-वितरण

(D) χ^2-वितरण

59. निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

(1) प्वासों pmf's का परिवार λ प्राचल के साथ एक एक-प्राचल घातांकी परिवार है

(2) द्विपद pmf's का परिवार p के साथ एक एक-प्राचल घातांकी परिवार है

(3) $[0, \theta]$ पर एकसमान वितरण के घनत्व का परिवार एक एक-प्राचल घातांकी परिवार है

कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) केवल (1) और (2) सही हैं

(B) केवल (1) और (3) सही हैं

(C) केवल (2) और (3) सही हैं

(D) सभी (1), (2) और (3) सही हैं

Or

If the system reliability function is denoted by $R(t)$, then the system hazard rate function $r(t)$ is given by :

(A) $r(t) = -\frac{1}{R(t)} \frac{d}{dt} R(t)$ (B) $r(t) = \exp\left(-\int_0^t R(t)dx\right)$

(C) $r(t) = -\frac{1}{R(t)} \ln R(t)$ (D) None of these

60. The solution of integral equation $y(x) = 1 + \int_0^x y(t)\,dt$ is :

(A) $y = e^{x^2}$ (B) $y = e^{x^3}$

(C) $y = e^x$ (D) $y = e^{-x}$

Or

In statistical quality control, consider the following statements :

(I) $\bar{X}$-chart reveals undesirable variations between samples with respect to their averages

(II) R-chart reveals any undesirable variation within samples.

then

(A) Only (I) is true (B) Only (II) is true

(C) Both (I) and (II) are true (D) Neither (I) nor (II) is true

61. For an uncountable set $X \subseteq \mathbf{R}$, which of the following statements is *true* ?

(A) X has only one accumulation point

(B) X has uncountably many accumulation points

(C) X has no accumulation point

(D) X has at most a finite number of accumulation points

अथवा

यदि तंत्र विश्वसनीयता फलन को $R(t)$ द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है तब तंत्र ह्रास दर फलन $r(t)$ किसके द्वारा दिया है ?

(A) $r(t) = -\frac{1}{R(t)} \frac{d}{dt} R(t)$

(B) $r(t) = \exp\left(-\int_0^t R(t)dx\right)$

(C) $r(t) = -\frac{1}{R(t)} \ln R(t)$

(D) इनमें से कोई नहीं

60. समाकलन समीकरण $y(x) = 1 + \int_0^x y(t)\,dt$ है :

(A) $y = e^{x^2}$

(B) $y = e^{x^3}$

(C) $y = e^x$

(D) $y = e^{-x}$

अथवा

सांख्यिकी गुणवत्ता नियंत्रण निम्नलिखित कथनों पर विचार करती है :

(I) $\bar{X}$-चार्ट, नमूनों के बीच उनके औसत के बारे में अनैच्छिक भिन्नता को प्रकट करता है

(II) R-चार्ट नमूनों के अन्तर्गत किसी भी अनैच्छिक भिन्नता को प्रकट करता है

तब :

(A) केवल (I) सही है

(B) केवल (II) सही है

(C) (I) और (II) सही हैं

(D) न तो (I) और न ही (II) सही है

61. एक गणनाहीन समुच्चय $X \subseteq \mathbf{R}$ के लिए, निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) X केवल एक संचयन बिन्दु रखता है

(B) X गणनाहीन बहुत से संचयन बिन्दु रखता है

(C) X संचयन बिन्दु नहीं रखता

(D) X अधिकतर संचयन बिन्दु की परिमित संख्या रखता है

Or

In a two-way classified data with 2 observations per cell with p levels of one factor, A, of classification and q levels of the other factor of classification, if $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4, \ldots, \hat{a}_p$ are the estimates of the level effects of A, then the variance of the contrast $\hat{a}_1 + \hat{a}_2 + \hat{a}_3 - 3\hat{a}_4$ is :

(A) $\frac{6}{q}\sigma^2$ (B) $\frac{\sigma^2}{24q}$

(C) $\frac{\sigma^2}{12q}$ (D) $\frac{3\sigma^2}{q}$

62. A rigid body moving in space with one point fixed has degree of freedom :

(A) 1 (B) 3

(C) 6 (D) 9

Or

Suppose that the function $f : R^n \to R^1$ is twice differentiable at X_0, then the sufficient condition for X_0 to be a local minimum are :

(A) $\nabla f(X_0) = 0$ and the Hessian matrix $H(X_0)$ is negative definite

(B) $\nabla f(X_0) = 0$ and the Hessian matrix $H(X_0)$ is positive definite

(C) $\nabla f(X_0) > 0$ and the Hessian matrix $H(X_0)$ is negative definite

(D) $\nabla f(X_0) > 0$ and the Hessian matrix $H(X_0)$ is positive definite

63. Which of the following is a reflexive Banach space :

(A) l^1 (B) l^∞

(C) C (D) $l^{3/2}$

Or

If $A = (a_{ij})_{p\times p} \sim W_p(n, \Sigma)$, where $\Sigma = (\sigma_{ij})_{p\times p}$, then which one of the following statements is *true* ?

(A) $E = (a_{ij}) = \sigma_{ij}$ (B) $E(A) = \Sigma$

(C) $V(a_{ij}) = (\sigma_{ii}\ \sigma_{jj} + \sigma_{ij}^2)$ (D) $V(a_{ij}) = n(\sigma_{ii}\ \sigma_{jj} + \sigma_{ij}^2)$

अथवा

द्विमार्गीय वर्गीकृत आँकड़े वर्गीकरण के एक कारक के स्तर p के साथ, दो पर्यवेक्षण प्रति सेल के साथ और वर्गीकरण के दूसरे कारक के स्तर q, यदि $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4, ..., \hat{a}_p$, A के स्तर प्रभाव के आकलन है । तब विषमता $\hat{a}_1 + \hat{a}_2 + \hat{a}_3 - 3\hat{a}_4$ का प्रसरण है :

(A) $\frac{6}{q}\sigma^2$ (B) $\frac{\sigma^2}{24q}$

(C) $\frac{\sigma^2}{12q}$ (D) $\frac{3\sigma^2}{q}$

62. अंतरिक्ष में गतिमान, एक कठोर काय जिसका एक बिन्दु नियत है, उसकी स्वच्छन्दता की कोटि कितनी होगी ?

(A) 1 (B) 3

(C) 6 (D) 9

अथवा

मान लीजिए कि फलन $f : R^n \to R^1$, X_0 पर दो बार विभेदित है । तब लोकल न्यूनतम होने के लिए X_0 के लिए पर्याप्त दशायें हैं :

(A) $\nabla f(X_0) = 0$ और हेशियन मैट्रिक्स $H(X_0)$ ऋणात्मक ध्रुव है

(B) $\nabla f(X_0) = 0$ और हेशियन मैट्रिक्स $H(X_0)$ धनात्मक ध्रुव है

(C) $\nabla f(X_0) > 0$ और हेशियन मैट्रिक्स $H(X_0)$ ऋणात्मक ध्रुव है

(D) $\nabla f(X_0) > 0$ और हेशियन मैट्रिक्स $H(X_0)$ धनात्मक ध्रुव है

63. निम्नलिखित में से कौनसा प्रतिवर्ती बनाख स्पेस है :

(A) l^1 (B) l^∞

(C) C (D) $l^{3/2}$

अथवा

यदि $A = (a_{ij})_{p\times p} \sim W_p(n, \Sigma)$ जहाँ $\Sigma = (\sigma_{ij})_{p\times p}$; तब निम्नलिखित में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) $E = (a_{ij}) = \sigma_{ij}$ (B) $E(A) = \Sigma$

(C) $V(a_{ij}) = (\sigma_{ii}\,\sigma_{jj} + \sigma_{ij}^2)$ (D) $V(a_{ij}) = n(\sigma_{ii}\,\sigma_{jj} + \sigma_{ij}^2)$

64. $\int_0^{\pi} \sin x \log(\sin x)\, dx$ is equal to :

(A) $\log\left(\frac{1}{e}\right)$ (B) $\log\left(\frac{e}{2}\right)$

(C) $\log\left(\frac{2}{e}\right)$ (D) $\log\left(\frac{1}{2}\right)$

Or

Consider the quadratic programming problem :

$$\text{Min } \phi(X) = p^T X + \frac{1}{2} X^T C X$$

Subject to : $AX \leq b$

$X \geq 0.$

where $X \in R^n$, A is an $m \times n$ matrix, b is an m-vector and C is an $n \times n$ symmetric positive semi-definite matrix, so that $\phi(X)$ is a differentiable convex function of $X \in R^n$. Then the dual of the given problem is :

(A) Max. $\psi(X, U) = +\frac{1}{2} X^T C X + b^T U$

Subject to $C^T X + A^T U \geq -p$

$U \geq 0$

(B) Max. $\psi(X, U) = \frac{1}{2} X^T C X - b^T U$

Subject to $C^T X - A^T U \geq -p$

$U \geq 0$

(C) Max. $\psi(X, U) = -\frac{1}{2} X^T C X - b^T U$

Subject to $C^T X + A^T U \geq -p$

(D) Max. $\psi(X, U) = \frac{1}{2} X^T C X - b^T U$

Subject to $C^T X + A^T U \geq p$

$U \geq 0$

64. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \log(\sin x)\, dx$ किसके बराबर है :

(A) $\log\left(\frac{1}{e}\right)$ (B) $\log\left(\frac{e}{2}\right)$

(C) $\log\left(\frac{2}{e}\right)$ (D) $\log\left(\frac{1}{2}\right)$

अथवा

क्वाड्रेटिक प्रोग्रामिंग प्राब्लम पर विचार कीजिए :

$$\text{Min. } \phi(X) = p^T X + \frac{1}{2} X^T C X$$

$$\text{Subject to : } AX \leq b$$

$$X \geq 0.$$

जहाँ $X \in R^n$, A एक $m \times n$ मैट्रिक्स है, b एक m-वेक्टर है और C एक सममित धनात्मक अर्द्धध्रुवीय मैट्रिक्स है, अत: $\phi(X)$, $X \in R^n$ का एक अवकलीय कॉनवेक्स फलन है; अत: दिये गये प्रश्न का द्विक क्या होगा ?

(A) $\text{Max. } \psi(X, U) = +\frac{1}{2}X^TCX + b^TU$

$$\text{Subject to } C^TX + A^TU \geq -p$$

$$U \geq 0$$

(B) $\text{Max. } \psi(X, U) = \frac{1}{2}X^TCX - b^TU$

$$\text{Subject to } C^TX - A^TU \geq -p$$

$$U \geq 0$$

(C) $\text{Max. } \psi(X, U) = -\frac{1}{2}X^TCX - b^TU$

$$\text{Subject to } C^TX + A^TU \geq -p$$

(D) $\text{Max. } \psi(X, U) = \frac{1}{2}X^TCX - b^TU$

$$\text{Subject to } C^TX + A^TU \geq p$$

$$U \geq 0$$

65. The resolvent kernel of integral equation :

$$\phi(x) = x + \int_0^x (t-x)\,\phi(t)\,dt$$

is :

(A) $\sin(t + x)$ (B) $\sin(t - x)$

(C) $\cos(t + x)$ (D) $\cos(t - x)$

Or

X_i, $i = 1, 2, ..., n$ are i.i.d. random variables with c.d.f. $F(x)$ and p.d.f. $f(x)$. Then the p.d.f. $g_z(x)$, where $z = \max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ is :

(A) $n[1 - F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$ (B) $n[F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$

(C) $[F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$ (D) $[1 - F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$

66. If $f : X \to Y$ is a continuous mapping of a compact metrix space X into a metrix space Y, then :

(A) f may not be uniformly continuous

(B) f is uniformly continuous

(C) f cannot be uniformly continuous

(D) f is not uniformly continuous on a subset of X

Or

If the c.d.f. of a random variable X is $P(x)$ and if $P(x)$ is continuous, then the distribution of P(X) is :

(A) uniform over (–1, +1) (B) uniform over (0, 1)

(C) exponential (D) none of these

65. समाकलन समीकरण :

$$\phi(x) = x + \int_0^x (t-x)\,\phi(t)dt$$

का विघटक कर्नेल कौनसा है :

(A) $\sin(t + x)$ (B) $\sin(t - x)$

(C) $\cos(t + x)$ (D) $\cos(t - x)$

अथवा

X_i, $i = 1, 2, ..., n$, c.d.f. $F(x)$ और p.d.f. $f(x)$ के साथ i.i.d. यादृच्छिक चर है । तब p.d.f. $g_z(x)$; जहाँ $z = \max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ है :

(A) $n[1 - F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$ (B) $n[F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$

(C) $[F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$ (D) $[1 - F(x)]^{n-1} \cdot f(x)$

66. यदि $f : X \to Y$ एक मैट्रिक रिक्त स्थान Y में एक सुसंहत मैट्रिक रिक्त स्थान X का एक सतत मैपिंग है । तब :

(A) f शायद एकसमान सतत नहीं है

(B) f एकसमान सतत है

(C) f एकसमान सतत नहीं हो सकता

(D) f, X के उपसमुच्चय पर एकसमान सतत नहीं है

अथवा

यदि एक यादृच्छिक चर X का c.d.f. $P(x)$ है और यदि $P(x)$ सतत है, तब $P(x)$ का वितरण क्या है ?

(A) $(-1, +1)$ के ऊपर एकसमान (B) $(0, 1)$ के ऊपर एकसमान

(C) घातांकी (D) इनमें से कोई नहीं

67. The relationship between the extension of an elastic spring x and the force F it exerts on a mass hanging from it is given by :

(A) $F = -kx^2$ (B) $F = \frac{k}{x}$

(C) $F = -\frac{k}{x}$ (D) $F = -kx$

Or

If $\underset{\sim}{u} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$ and $A = nS \sim W_p(n, \Sigma)$ which is independent of $\underset{\sim}{u}$, then Hotelling's T^2 based on n degrees of freedom is defined as :

(A) $n\underset{\sim}{u}' S^{-1} \underset{\sim}{u}$ (B) $\underset{\sim}{u}' A^{-1} \underset{\sim}{u}$

(C) $\frac{\underset{\sim}{u}' S^{-1} \underset{\sim}{u}}{n}$ (D) $n\underset{\sim}{u}' A^{-1} \underset{\sim}{u}$

68. Let ν be a signed measure on the measurable space (X, **B**). Then there is a positive set A for ν and a negative set B for ν for which :

(A) $X = A \cup B, A \cap B = \phi$ (B) $X = A \cup B, A \cap B \neq \phi$

(C) $X = A \cup B, A \cap B = \{0\}$ (D) None of these

Or

Let $X \sim G\left(1, \frac{1}{\beta}\right)$ and let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be a sample of n observations on X. Then :

(A) $\bar{X}$ is UMVUE of $\frac{1}{\beta}$

(B) $\bar{X}$ is UMVUE of β

(C) $n.\min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ is UMVUE of $\frac{1}{\beta}$

(D) $n.\min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ is UMVUE of $\frac{1}{\beta}$

67. एक लचीले स्प्रिंग के विस्तार x और बल F के बीच सम्बन्ध में इससे लटकते हुए एक द्रव्यमान पर प्रयास कैसे दिया जाता है :

(A) $F = -kx^2$ (B) $F = \frac{k}{x}$

(C) $F = -\frac{k}{x}$ (D) $F = -kx$

अथवा

यदि $\underset{\sim}{u} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$ और $A = nS \sim W_p(n, \Sigma)$ जो $\underset{\sim}{u}$ के स्वतंत्र है । तब स्वतंत्रता की कोटि n पर आधारित हॉटलिंग T^2 कैसे परिभाषित है :

(A) $n\underset{\sim}{u}' S^{-1} \underset{\sim}{u}$ (B) $\underset{\sim}{u}' A^{-1} \underset{\sim}{u}$

(C) $\frac{\underset{\sim}{u}' S^{-1} \underset{\sim}{u}}{n}$ (D) $n\underset{\sim}{u}' A^{-1} \underset{\sim}{u}$

68. मान लीजिए ν मापनीय रिक्त स्थान (X, **B**) पर एक साइन मापन है । तब ν के लिए धनात्मक समुच्चय A है और ν के लिए ऋणात्मक समुच्चय B है, जिसके लिए :

(A) $X = A \cup B, A \cap B = \phi$ (B) $X = A \cup B, A \cap B \neq \phi$

(C) $X = A \cup B, A \cap B = \{0\}$ (D) इनमें से कोई नहीं

अथवा

मान लीजिए $X \sim G\left(1, \frac{1}{\beta}\right)$ और मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots, X_n, X$ पर n पर्यवेक्षण का नमूना है, तब :

(A) $\bar{X}$, $\frac{1}{\beta}$ का UMVUE है

(B) $\bar{X}$, β UMVUE है

(C) $n.\min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$, $\frac{1}{\beta}$ का UMVUE है

(D) $n.\min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ $\frac{1}{\beta}$ का UMVUE है

69. The dimension of μ, the coefficient of viscosity is given by :

(A) MLT^{-1} (B) $ML^{-1}T$

(C) $ML^{-1}T^{-1}$ (D) MLT

Or

Consider the non-linear programming problem :

Min. $f(X)$

Subject to $g_i(X) \leq 0$

$i = 1, 2, ..., m$

where the function f and g_i are differentiable. Let the objective function f be pseudoconvex and the function g_i, $i = 1, 2, ..., m$ be quasiconvex. If a feasible solution X_0 satisfies the Kuhn-Tucker conditions, then :

(A) X_0 is the local optimal solution

(B) X_0 need not satisfy Kuhn-Tucker condition to be a global optimal solution

(C) X_0 is the global optimal solution

(D) None of the above

70. Which of the following is *false* ?

(A) Every metric space is a topological space

(B) Every Banach space is a topological space

(C) Every Hilbert space is a topological space

(D) Every vector space is a topological space

69. μ का विमीय श्यानता गुणांक दिया जाता है :

(A) MLT^{-1} (B) $ML^{-1}T$

(C) $ML^{-1}T^{-1}$ (D) MLT

अथवा

अरेखित प्रोग्रामिंग समस्या प्रश्न पर विचार कीजिए :

Min. $f(X)$

Subject to $g_i(X) \leq 0$

$$i = 1, 2, ..., m$$

जहाँ फलन f और g_i विभेदित हैं । मान लीजिए उद्देश्य फलन f आभासी अवतल है और फलन g_i, $i = 1, 2, ..., m$ क्वासी-अवतल है । यदि संभावित समाधान X_0 कुहन-टुकर दशा को संतुष्ट करता है तब :

(A) X_0 स्थानीय श्रेष्ठतम समाधान है

(B) X_0 को सार्वत्रिक श्रेष्ठतम समाधान होने के लिए कुहन-टुकर दशा को संतुष्ट करने की आवश्यकता नहीं है

(C) X_0 सार्वत्रिक श्रेष्ठतम समाधान है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

70. निम्नलिखित में से कौनसा **असत्य** है ?

(A) प्रत्येक मैट्रिक रिक्त स्थान, सांस्थितिक रिक्त स्थान है

(B) प्रत्येक बनाख रिक्त स्थान है

(C) प्रत्येक हिलबर्ट रिक्त स्थान सांस्थितिक रिक्त स्थान है

(D) प्रत्येक वेक्टर स्थान एक सांस्थितिक रिक्त स्थान है

Or

Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be a random sample from a population with p.d.f.

$$f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, \; x > \theta$$

$$= 0, \quad \text{otherwise}$$

then the sufficient statistic for θ is :

(A) $\bar{X}$ (B) median

(C) $\max(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ (D) $\min(X_1, X_2, \ldots, X_n)$

71. Which of the following statements is *false* ?

(A) The interior of any subset A of a metric space X is the largest open set contained in A

(B) The interior of any subset A of a metric space X is the smallest open set contained in A

(C) The boundary of a set contains no non-empty open set

(D) The closure of any subset of a metric space is closed

Or

Consider the following Quadratic Programming problem :

Max. $Z = 2x_1 + x_2 - x_1^2$

Subject to $2x_1 + 3x_2 \leq 6$

$2x_1 + x_2 \leq 4$

$x_1, x_2 \geq 0$

The optimal solution obtained using Wolfe's method is :

(A) $Z = \frac{44}{9}$ (B) $Z = \frac{22}{9}$

(C) $Z = \frac{44}{3}$ (D) $Z = \frac{22}{3}$

अथवा

मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$, p.d.f. वाली जनसंख्या से एक यादृच्छिक नमूना है :

$$f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}, \; x > \theta$$

$$= 0, \quad \text{अन्यथा}$$

तब θ के लिए पर्याप्त सांख्यिकी है :

(A) $\bar{X}$ (B) माध्यिका

(C) $\max(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$ (D) $\min(X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n)$

71. निम्नलिखित में से कौनसा कथन **असत्य** है ?

(A) एक मैट्रिक स्थान X का किसी उपसमुच्चय A का अन्तरण A में निहित सबसे बड़ा खुला समुच्चय है

(B) मैट्रिक स्थान X के किसी उपसमुच्चय A का अन्तरण A में निहित लघुतम खुला समुच्चय है

(C) समुच्चय A की सीमा रिक्तहीन खुला समुच्चय रखती है

(D) मैट्रिक स्थान के किसी उपसमुच्चय का बन्द होना, बन्द है

अथवा

निम्नलिखित क्वाड्रेटिक प्रोग्रामिंग प्राब्लम पर विचार कीजिए :

$$\text{Max.} \quad Z = 2x_1 + x_2 - x_1^2$$

$$\text{Subject to} \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

वोल्फ विधि का उपयोग कर प्राप्त अनुकूलतम समाधान है :

(A) $Z = \frac{44}{9}$ (B) $Z = \frac{22}{9}$

(C) $Z = \frac{44}{3}$ (D) $Z = \frac{22}{3}$

72. A faulty measurement is taken on a sample unit. Then it constitutes :

(A) Sampling error
(B) Standard error
(C) Mean square error
(D) Non-sampling error

Or

The difference between the basic EOQ model and the production order quantity model is that :

(A) The production order quantity model does not require the assumption of known, constant demand
(B) The EOQ model does not require the assumption of known, constant lead time
(C) There are no holding costs in the production order quantity model
(D) The production order quantity model does not require the assumption of instantaneous delivery

73. The p.d.f. of sample range W for a sample of size 3 drawn from uniform distribution over $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ is :

(A) $\frac{9}{2}w(3 - w)$
(B) $\frac{2}{3}w(1 - w)$
(C) $\frac{3}{2}(w3 - w)$
(D) $\frac{2}{9}w(3 - w)$

where $0 < w < 3$.

Or

If the average of the samples falls within the upper and lower tolerance limits, then :

(A) the process is out of control
(B) the process is unequivocally in control
(C) the process is said to be normal
(D) the process may or may not be in control

72. एक नमूना इकाई पर एक त्रुटिपूर्ण मापन लिया गया है तो इसमें है :

(A) प्रतिदर्शन त्रुटि
(B) मानक त्रुटि
(C) माध्य वर्ग त्रुटि
(D) प्रतिदर्शनरहित त्रुटि

अथवा

आधारभूत EOQ मॉडल और उत्पादन अनुक्रम मात्रा मॉडल में अंतर है :

(A) उत्पादन अनुक्रम मात्रा मॉडल में ज्ञात, स्थिरांक और मांग की कल्पना की आवश्यकता नहीं होती

(B) EOQ मॉडल में ज्ञात, स्थिरांक और बढ़त काल की कल्पना की आवश्यकता नहीं होती

(C) उत्पादन अनुक्रम मात्रा मॉडल में नियंत्रक मूल्य नहीं होता

(D) उत्पादन अनुक्रम मात्रा मॉडल में तात्कालिक वितरण की कल्पना की आवश्यकता नहीं होती

73. आमाप 3 के एक नमूने के लिए नमूना परास W का p.d.f. $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ के ऊपर एकसमान वितरण चित्रित है, वह है :

(A) $\frac{9}{2}w(3-w)$
(B) $\frac{2}{3}w(1-w)$
(C) $\frac{3}{2}(w3-w)$
(D) $\frac{2}{9}w(3-w)$

जहाँ $0 < w < 3$.

अथवा

यदि नमूने का औसत ऊपरी और निचली सहन सीमा के अन्तर्गत आता है, तब :

(A) प्रक्रिया नियंत्रण से बाहर है

(B) प्रक्रिया सुस्पष्ट रूप में नियंत्रण में है

(C) प्रक्रिया सामान्य कही जाती है

(D) प्रक्रिया शायद नियंत्रण में है या नियंत्रण में नहीं है

74. Let ν be a signed measure on the measurable space (X, **B**) and E be a measurable set for which $0 < \nu(E) < \infty$. Then there is a measurable subset A of E such that :

(A) A is positive and A has positive measure

(B) A is negative and A has positive measure

(C) A is positive and A has negative measure

(D) None of the above

Or

Let $X \sim N(\mu, 1)$ and let a priori p.d.f. of μ be N(0, 1). Also, let the loss function be :

$$L(\mu, d) = \left[\mu - d\left(\underset{\sim}{X}\right)\right]^2.$$

Then the Bayes estimate of μ is :

(A) $d^*(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n+1}$ (B) $d^*(X) = \bar{X}$

(C) $d^*(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n+2}$ (D) None of these

75. Let S be a linear transformation which satisfies the relation $S^4 = S$ for some integer n. Then S is :

(A) elliptic (B) parabolic

(C) hyperbolic (D) loxodromic

Or

In general, the most efficient method of estimation to estimate population mean using auxiliary information is :

(A) Regression method of estimation

(B) Ratio method of estimation

(C) Product method of estimation

(D) None of the above

74. मान लीजिए ν, मापनीय स्थान (X, B) पर एक साइन 4 मापन है और E एक मापनीय समुच्चय है जिसके लिए $0 < \nu(E) < \infty$ है तब E का एक मापनीय उपसमुच्चय A इस प्रकार है कि :

(A) A धनात्मक है और A का धनात्मक मापन है

(B) A ऋणात्मक है और A का धनात्मक मापन है

(C) A धनात्मक है और A का ऋणात्मक मापन है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

अथवा

मान लीजिए $X \sim N(\mu, 1)$ और मान लीजिए μ का प्रियोरी p.d.f., $N(0, 1)$ है । ह्रास फलन को यह भी मान लीजिए :

$$L(\mu, d) = \left[\mu - d\left(\underset{\sim}{X}\right)\right]^2.$$

तब μ का बेयर आकलन है :

(A) $d^*(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n+1}$ (B) $d^*(X) = \bar{X}$

(C) $d^*(X) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n+2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

75. मान लीजिए S एक रेखीय रूपान्तरण है जो पूर्ण संख्या n के लिए $S^4 = S$ सम्बन्ध को संतुष्ट करता है । तब S है :

(A) दीर्घवृत्तीय (B) परवलयिक

(C) अतिपरवलयिक (D) एकदिश

अथवा

सामान्य रूप में, गौण सूचना का उपयोग करते हुए जनसंख्या माध्य के आकलन के लिए आकलन की सबसे कुशल विधि है :

(A) आकलन की समाश्रयण विधि

(B) आकलन की अनुपात विधि

(C) आकलन की उत्पाद विधि

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं